

**DESCOMPOSICION DE SERIES TEMPORALES:
ESPECIFICACION, ESTIMACION E INFERENCIA**

(Con una aplicación a la oferta monetaria en España)

Agustín Maravall

El Banco de España al publicar esta serie pretende facilitar la difusión de estudios de interés que contribuyan al mejor conocimiento de la economía española.

Los análisis, opiniones y conclusiones de estas investigaciones representan las ideas de los autores, con las que no necesariamente coincide el Banco de España.

ISBN: 84-505-6274-0

ISSN: 0213 - 2710

Depósito legal: M. 25641 - 1987

Imprenta del Banco de España

Nota preliminar

Quiero aclarar que, aunque el artículo se centra en una metodología concreta, no pretende ser una descripción completa de la misma. Los temas tratados están, sin duda, sesgados en la dirección en la que mi trabajo personal se ha ido orientando, como evidencia claramente la lista de Referencias.

Puesto que el trabajo se refiere a un período de mi actividad profesional, quiero agradecer a A. Espasa, D. Peña, D.A. Pierce, J.A. Carro, M.C. Sanz y A. Paredes la relación que, durante ese período mantuvieron conmigo. Por motivos diversos, sin esas relaciones el trabajo me habría resultado mucho más arduo.

Un resumen en inglés de partes de este trabajo va a ser publicado en Maravall (1987a). Finalmente, algunos de los cuadros de las Secciones 4.2 y 5 modifican ligeramente los presentados en Maravall y Salaverria (1986).



INDICE

INTRODUCCION

1. ESPECIFICACION DEL MODELO
 - 1.1. Esquema General
 - 1.2. Los Modelos para los Componentes
2. UN MODELO DE REFERENCIA Y UN EJEMPLO
3. ESTIMACION
 - 3.1. Estimadores con Error Cuadrático Medio Mínimo
 - 3.2. Los Modelos para los Estimadores
4. DIAGNOSTICO E INFERENCIA
 - 4.1. Diagnóstico
 - 4.2. Inferencias
 - a) Error en la Estimación Final
 - b) Error de Revisión
5. UN COMENTARIO FINAL: INTERVALOS DE CONFIANZA Y TASAS DE CRECIMIENTO

APENDICE A: ESTIMADOR CON ERROR CUADRATICO MEDIO MINIMO DE UNA SEÑAL EN
UNA SERIE TEMPORAL

- A.1. Introducción
- A.2. Caso Estacionario
- A.3. Caso No-estacionario
- A.4. Un Ejemplo

APENDICE B: LINEARIZACION DE LAS TASAS INTERMENSUALES DE CRECIMIENTO

REFERENCIAS

INTRODUCCION

Los estadísticos que trabajan sobre series económicas se enfrentan con frecuencia a dos actividades profesionales importantes, que resultan de una demanda real por parte de los agentes de la política económica y, en general, de los que siguen de cerca la evolución de la economía. Estas actividades son la predicción, sobre todo a corto plazo, y la estimación de componentes en las series, fundamentalmente la eliminación del componente estacional.

Así como la predicción ha sido objeto de considerable atención por parte de la "comunidad investigadora", la estimación de componentes, principalmente la desestacionalización, ha sido un tema marginal (aunque, por supuesto, existen contribuciones importantes). Ello ha implicado que, en la práctica, la desestacionalización se realice de manera abrumadora por medio de programas más o menos "ad hoc", desarrollados de un modo empiricista, cuyo fundamento no queda muy precisado. De estos programas el más conocido es el llamado X11, desarrollado por Shiskin, Young y Musgrave (1967) en el Bureau of the Census después de un largo proceso de experimentación. Recientemente se ha popularizado una versión modificada del programa, X11 ARIMA, desarrollada por E.B. Dagum en Statistics Canada (ver Dagum, 1980).

A pesar del esfuerzo que hay detrás del desarrollo de estos programas, la falta de interés de la comunidad investigadora y, posiblemente, la poca orientación académica de sus realizadores, ha motivado que la documentación de dicho esfuerzo no resulte fácilmente asequible. Así, X11 (e incluso X11 ARIMA) se emplea, en una enorme proporción de casos, en su opción de defecto; X11 suele operar entonces como una caja negra, un tanto mistificante.

El tratamiento analítico del tema de la desestacionalización se enfrenta a problemas serios desde su mismo comienzo. Para empezar, no existe una definición generalmente aceptada de lo que es un componente estacional. (Un problema similar se plantea en la estimación de

tendencias). Para acabar, a diferencia de lo que sucede en la predicción, donde la serie finalmente se conoce, la estacionalidad nunca se observa y no es posible, pues, conocer los errores con que se mide. Como consecuencia, estacionalidad viene a ser, en la práctica, lo que estima como tal X11 en su opción de defecto.

Sin embargo, X11 presenta varias insuficiencias. En primer lugar, en la medida en la que distintas series contienen estacionalidades distintas, que evolucionan de forma también distinta, el filtro a utilizar para capturar la estacionalidad debería depender de la estructura de la misma. (En los dos casos extremos, por ejemplo, si la serie es ruido blanco, el filtro debería ser cero, mientras que si se trata de una serie "puramente estacional", el filtro debería ser uno). X11 ofrece poca flexibilidad para adaptarse a estructuras distintas y, de hecho, hay evidencia de series en las que resulta inadecuado (dentro de las series que se desestacionalizan en el Servicio de Estudios del Banco de España ver, por ejemplo, Maravall (1986a), Artola y Espasa (1987) y Maravall (1987b)). Tiene, pues, interés buscar un método que permita ajustarse a la estructura de la serie en cuestión.

En segundo lugar, la ausencia de un modelo detrás de X11 dificulta el análisis sistemático de los resultados y la realización de inferencias. La fundamentación de un método de desestacionalización en modelos permitiría realizar diagnósticos sobre si los resultados obtenidos son aceptables o no y, en caso afirmativo, conocer las propiedades de los estimadores y de los errores de estimación. Este último punto presenta un interés práctico grande y con frecuencia se ha recomendado que los organismos que proporcionan datos desestacionalizados ofrezcan también intervalos de confianza alrededor de los mismos que reflejen la imprecisión con que se estima la estacionalidad. Si, por poner un ejemplo, el objetivo para el crecimiento de una variable dentro de un año es del 10% y, en un mes dado, la medición del crecimiento (anualizado) de la serie desestacionalizada es del 12%, tiene interés saber si la desviación

entre objetivo y crecimiento puede ser explicada simplemente por los errores cometidos en la estimación de la estacionalidad o si, por el contrario, la serie está creciendo más de lo deseado.

Volviendo a la predicción, gracias a los trabajos de Box y Jenkins, la década de los setenta presencié la proliferación de modelos ARIMA ("Autoregressive Integrated Moving Average"), que capturan bien la evolución de muchas series. Puesto que esta evolución se relaciona con la presencia de movimientos tendenciales, cíclicos, estacionales e irregulares, pronto se planteó la posibilidad de utilizar modelos ARIMA en el contexto de la estimación de componentes en series. Desde el trabajo inicial de Grether y Nerlove (1970) sobre series estacionarias, varias aproximaciones han sido sugeridas. Yo voy a centrarme en una que se está convirtiendo, en mi opinión, en una herramienta poderosa en el tratamiento aplicado de series temporales. (Las referencias fundamentales son Cleveland y Tiao (1976), Box, Hillmer y Tiao (1978), Burman (1980) y Hillmer y Tiao (1982); referencias más recientes son Bell y Hillmer (1984) y Maravall y Pierce (1987)). En el contexto de una aplicación relacionada con el control monetario, presentaré una visión general del método, y trataré el problema de la especificación del modelo, de la estimación de los componentes, del diagnóstico de los resultados y de la realización de inferencias.

1. ESPECIFICACION DEL MODELO

1.1. Esquema General

Sea z_t una serie observable y supongamos que es la suma de varios componentes independientes (no-observables), uno de ellos ruido blanco. Es decir,

$$z_t = \sum_i z_{it} + u_t, \quad (1.1)$$

donde z_{it} representa un componente y $u_t \sim \text{niid}(0, \sigma_u^2)$. Casos particulares de (1.1) son la descomposición en tendencia, estacionalidad e irregular, o la descomposición en señal más ruido. Supondremos que los componentes siguen procesos lineales del tipo

$$z_{it} = \psi_i(B) a_{it} \quad (1.2)$$

donde $\psi_i(B)$ representa una función racional en el operador de retardos B, que puede expresarse como

$$\psi_i(B) = \theta_i(B)/\phi_i(B) , \quad (1.3)$$

donde $\theta_i(B)$ y $\phi_i(B)$ son polinomios en B de orden finito. Los a_{it} 's son ruidos blancos independientes, con varianza σ_i^2 . Las ecuaciones (1.1), (1.2) and (1.3) implican que la serie observada z_t también sigue un proceso lineal, que representaremos por

$$z_t = \psi(B) a_t , \quad (1.4)$$

donde a_t es ruido blanco y $\psi(B)$ puede expresarse como el cociente de dos polinomios finitos en B,

$$\psi(B) = \theta(B)/\phi(B) . \quad (1.5)$$

En resumen, suponemos que los componentes (y por tanto la serie suma) siguen modelos ARIMA. Supuestos adicionales son los siguientes:

a) Los polinomios autorregresivos $\phi_i(B)$ no comparten raíces en común.

b) Los ceros de $\phi(B)$, $\phi_i(B)$ y $\theta_i(B)$ están fuera de ϕ sobre el círculo unitario. Típicamente, estos polinomios contendrán

raíces unitarias y, de hecho, la posibilidad de incorporar raíces unitarias autorregresivas ha sido un factor fundamental en el interés de la metodología desde un punto de vista aplicado.

c) Los ceros de $\theta(B)$ están fuera del círculo unitario; la serie z_t sigue, pues, un proceso invertible.

Teniendo en cuenta (1.1)-(1.3), z_t puede expresarse como

$$z_t = \sum_i [\theta_i(B)/\phi_i(B)] a_{it} + u_t .$$

Eliminando los denominadores y utilizando (1.4) y (1.5), se obtienen las dos relaciones siguientes:

$$\phi(B) = \pi_i \phi_i(B) , \quad (1.6)$$

$$\theta(B) a_t = \sum_i \theta_i(B) \phi_i^*(B) a_{it} + \phi(B)u_t , \quad (1.7)$$

donde

$$\phi_i^*(B) = \phi(B)/\phi_i(B) = \pi_{j(j \neq i)} \phi_j(B) \quad (1.8)$$

La expresión (1.6) nos dice que el polinomio autorregresivo para z_t es el producto de los polinomios autorregresivos de los componentes. La expresión (1.7) establece una identidad que deberá cumplirse para las innovaciones de la serie z_t y de sus componentes.

1.2. Los Modelos para los Componentes

Hemos supuesto que los componentes siguen modelos ARIMA. ¿Cómo podemos determinar estos modelos?

Una forma de hacerlo es especificar a priori modelos que recojan las propiedades que se asocian a una tendencia, un componente

estacional, etc. Esta es la llamada aproximación "estructural" y ejemplos de la misma se encuentran en Engle (1978), Harvey y Todd (1983), Hausman y Watson (1985) y Harvey y Durbin (1986).

Puesto que solamente se dispone de observaciones sobre z_t , un método alternativo es comenzar por identificar (especificar) el modelo ARIMA para z_t , y derivar después modelos para los componentes que sean consistentes con el modelo agregado. Puesto que, en este caso, la estructura se deriva a partir de la forma reducida, este método se ha denominado el de la "forma reducida" y en este trabajo nos ceñiremos a él. (Para ver algunas de las diferencias y similitudes entre los dos métodos ver Maravall, 1985 y 1986c).

Nos interesa, pues, analizar qué modelos para los componentes pueden derivarse de modelos ARIMA. Este es un punto sobre el que existe cierta confusión y resultará útil considerar primero un ejemplo sencillo.

Sea una serie trimestral que sigue el modelo

$$V_4 z_t = a_t, \quad (1.9)$$

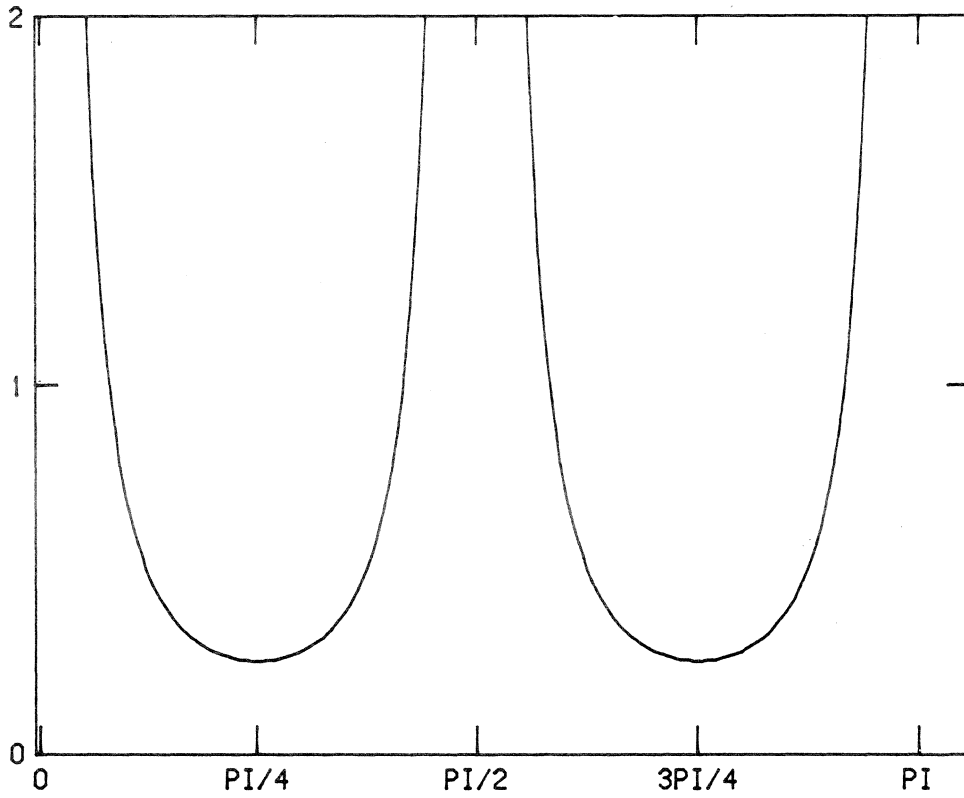
donde $V_4 = 1-B^4$. El pseudoespectro de z_t , dado por

$$g_z(\omega) = \frac{1}{2(1-\cos 4\omega)} \sigma_a^2, \quad (0 \leq \omega \leq \pi), \quad (1.10)$$

aparece representado en la Figura 1 (en las referencias posteriores eliminaremos el prefijo "pseudo"). Es simétrico alrededor de $\omega=\pi/2$ y presenta tres picos, asociados con las frecuencias $\omega=0$, $\omega=\pi/2$ y $\omega=\pi$. Supongamos que queremos descomponer la serie en componentes ortogonales de forma que cada uno capture uno de los picos. Queremos pues expresar z_t como:

Figura 1

Espectro de $\nabla_4 z_t = a_t$



$$z_t = z_{1t} + z_{2t} + z_{3t} + u_t, \quad (1.11)$$

donde u_t es un residuo ruido blanco.

Las raíces del polinomio autorregresivo (AR) $(1-B^4)$ son

$$\nabla_4 = (1-B)(1+B)(1+B^2) \quad (1.12)$$

y puesto que, en general, un factor AR del tipo $(1-\phi B^j)$ induce el factor $(1+\phi^2-2\phi \cos j \omega)$ en el denominador del espectro, es fácil comprobar que el pico espectral para $\omega=0$ esta inducido por el factor AR $(1-B)$ en (1.12) y, análogamente, los picos para $\omega=\pi$ y $\omega=\pi/2$ están inducidos por los factores AR $(1+B)$ y $(1+B^2)$, respectivamente. Por lo tanto, de (1.9), (1.11) y (1.12), para que los componentes capturen los picos espectrales, deberán ser del tipo:

$$\begin{aligned} (1-B) z_{1t} &= \alpha_1(B) a_{1t} \\ (1+B) z_{2t} &= \alpha_2(B) a_{2t} \\ (1+B^2) z_{3t} &= \alpha_3(B) a_{3t} \end{aligned} \quad (1.13)$$

donde $\alpha_i(B)$ representa un polinomio en B , y a_{1t} , a_{2t} y a_{3t} son ruidos blancos mutuamente independientes y también independientes de u_t .

Considerando (1.11) y (1.13), z_t puede expresarse como

$$z_t = \frac{\alpha_1(B)}{1-B} a_{1t} + \frac{\alpha_2(B)}{1+B} a_{2t} + \frac{\alpha_3(B)}{1+B^2} a_{3t} + u_t,$$

y, eliminando los denominadores, esta expresión será compatible con (1.9) cuando se satisfaga la siguiente identidad (análoga a (1.7)):

$$\begin{aligned} a_t &= (1+B)(1+B^2) \alpha_1(B) a_{1t} + (1-B)(1+B^2) \alpha_2(B) a_{2t} + \\ &+ (1-B)(1+B) \alpha_3(B) a_{3t} + \nabla_4 u_t. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Puesto que el lado izquierdo de (1.14) es ruido blanco, la autocorrelación de orden cuatro del término $\nabla_4 u_t$ debe cancelarse con la de los otros sumandos del lado derecho de la ecuación. En consecuencia, $\alpha_1(B)$ y/o $\alpha_2(B)$ deben ser, por lo menos, de orden uno, y/o $\alpha_3(B)$ debe ser, por lo menos de orden dos. Es razonable suponer, pues, que

$$\begin{aligned}\alpha_1(B) &= 1 - \alpha_{11} B \\ \alpha_2(B) &= 1 - \alpha_{21} B \\ \alpha_3(B) &= 1 - \alpha_{31} B - \alpha_{32} B^2.\end{aligned}\tag{1.15}$$

Considerando (1.13) y (1.15), se observa que los modelos para los cuatro componentes dependen de ocho parámetros: los cuatro parámetros α y las cuatro varianzas (σ_i^2 de a_{it} , $i=1,2,3$, y σ_u^2). Estos parámetros deben satisfacer las restricciones que resultan de igualar las autocovarianzas del lado derecho y del lado izquierdo de (1.14). La varianza y las cuatro primeras autocovarianzas producen el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= [1+3(1-\alpha_{11})^2+\alpha_{11}^2] \sigma_1^2 + [1+3(1+\alpha_{21})^2+\alpha_{21}^2] \sigma_2^2 + \\ &\quad + 2(1+\alpha_{31}^2+\alpha_{32}^2+\alpha_{32})\sigma_3^2 + 2\sigma_u^2 \\ 0 &= 3(1-\alpha_{11})^2 \sigma_1^2 - 3(1+\alpha_{21})^2 \sigma_2^2 - \alpha_{31}(1-\alpha_{32})^2 \sigma_3^2 \\ 0 &= 2(1-\alpha_{11})^2 \sigma_1^2 + 2(1+\alpha_{21})^2 \sigma_2^2 - [(1+\alpha_{32})^2+\alpha_{31}^2]\sigma_3^2 \\ 0 &= (1-\alpha_{11})^2 \sigma_1^2 - (1+\alpha_{21})^2 \sigma_2^2 + \alpha_{31}(1-\alpha_{32}) \sigma_3^2 \\ 0 &= -\alpha_{11} \sigma_1^2 + \alpha_{21} \sigma_2^2 + \alpha_{32} \sigma_3^2 - \sigma_u^2,\end{aligned}$$

y para otros retardos las autocovarianzas de ambos lados de (1.14) son cero.

Se obtiene así un sistema de cinco ecuaciones con ocho incógnitas que tendrá en consecuencia infinitas soluciones. Habrá por tanto un número infinito de valores de los parámetros en los modelos para los componentes que producirán la misma función de autocovarianzas para la serie z_t . Se plantea pues un problema de identificación similar al que surge en los modelos econométricos clásicos. El modelo para la serie observada es la forma reducida, mientras que los modelos para los componentes representan la forma estructural. Para una forma reducida dada hay un número infinito de estructuras que la pueden generar. Para poder aislar una es preciso introducir información adicional. La manera en que esta información se ha incorporado tradicionalmente en econometría ha sido fijando a priori algunos parámetros igual a cero en la forma estructural (ver Fisher, 1966). Esto reflejaría información derivada de la teoría económica, como, por ejemplo, que alguna variable afecta a la demanda pero no a la oferta, y viceversa. Sin embargo, en nuestro caso de descomposición de una serie no existe en general información a priori de este tipo (aunque, en ocasiones, sí puede existir; ver Maravall, 1978). Seguiremos un camino alternativo, originalmente propuesto por Box, Hillmer y Tiao (1978) y Pierce (1978). La información adicional será el requisito siguiente:

Sea z_{it} cualquier componente (distinto de u_t). Entonces z_{it} no debe aceptar una descomposición del tipo.

$$z_{it} = z_{it}^* + n_t ,$$

donde z_{it}^* y n_t son independientes, siendo este último ruido blanco. (Si z_{it} aceptase esa descomposición, el componente debería ser z_{it}^* , y n_t debería ser añadido a u_t). Siguiendo a Hillmer y Tiao (1982), nos referiremos a este requisito como el requisito "canónico". (Es atractivo, sin duda, intuitivamente pretender obtener una señal lo más limpia de ruido posible, a falta de otra información adicional. Sin embargo, la descomposición canónica puede tener sus desventajas, como por ejemplo, aumentar el tamaño de las revisiones en las estimaciones de los componentes, revisiones que analizaremos en la Sección 4.2; ver Maravall, 1984a).

Sea $g_i(\omega)$ el espectro de z_{it} para $0 \leq \omega \leq \pi$. El requisito canónico implica que, para algún ω en ese rango, $g_1(\omega)$ debe ser cero. De (1.13) y (1.15) es fácil ver que $g_1(\omega)$ es monótonicamente decreciente en ω , de modo que z_{1t} no estará contaminado por ruido cuando $g_1(\pi)=0$. Puesto que esta condición implica la presencia del factor $(1+\cos \omega)$ en el numerador de $g_1(\omega)$, equivale (en el dominio temporal) a la presencia del factor $(1+B)$ en $\alpha_1(B)$. El modelo para z_{1t} viene dado pues por

$$(1-B)z_{1t} = (1+B)a_{1t}. \quad (1.16a)$$

Análogamente, de (1.13) y (1.15), se observa que $g_2(\omega)$ es monótonicamente creciente en el rango $0 \leq \omega \leq \pi$. El requisito canónico implica, por tanto, $g_2(0)=0$, es decir, la presencia del factor $(1-\cos \omega)$ en el numerador de $g_2(\omega)$. En consecuencia, $\alpha_{21}=1$ y el modelo para z_{2t} vendrá dado por

$$(1+B)z_{2t} = (1-B)a_{2t}. \quad (1.16b)$$

En cuanto al tercer componente, z_{3t} , por razones de simetría, el cero en el espectro se producirá para $\omega=0$ y $\omega=\pi$. Los dos factores $(1-B)$ y $(1+B)$ estarán presentes en $\alpha_3(B)$, y el modelo para z_{3t} será

$$(1+B^2)z_{3t} = (1-B^2)a_{3t}. \quad (1.16c)$$

Considerando (1.16) se observa que el requisito canónico ha identificado los parámetros α de los modelos para los componentes. Esto permite identificar la estructura completa puesto que, sustituyendo los parámetros α por sus valores numéricos en el sistema de ecuaciones de autocovarianza, se obtiene una solución única para las cuatro varianzas dada por

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_a^2/64, \quad \sigma_3^2 = \sigma_a^2/16, \quad \sigma_u^2 = 3 \sigma_a^2/32. \quad (1.17)$$

Las expresiones (1.16) y (1.17) especifican completamente los modelos para los componentes. La Figura 2 presenta los espectros de los componentes. El primero, z_{1t} , obviamente representa una tendencia, y el ruido blanco u_t representa un componente irregular. Los otros dos componentes, z_{2t} y z_{3t} , contienen la variación de la serie para las frecuencias $\omega=\pi$ y $\omega=\pi/2$, que representan las frecuencias estacionales de dos veces y una vez al año, respectivamente.

El análisis que hemos presentado proporciona componentes elementales, cada uno de ellos (salvo el irregular) asociado a un pico diferente en el espectro de la serie z_t . En una segunda etapa, estos componentes pueden agregarse. En nuestro ejemplo, el componente estacional total, s_t , sería igual a

$$s_t = z_{2t} + z_{3t} ,$$

y, sustituyendo z_{2t} y z_{3t} por sus modelos, se obtiene

$$(1+B)(1+B^2)s_t = (1+B^2)(1-B)a_{2t} + (1+B)(1-B^2)a_{3t} \quad (1.18)$$

El lado derecho de (1.18) es un MA(3) que representaremos por $\beta(B)c_t$ y que satisface $\beta(1)=0$. Es decir $\beta(B)$ contiene el factor $(1-B)$ y el componente estacional s_t seguirá el modelo

$$(1+B+B^2+B^3)s_t = (1-B)(1-\beta_1B-\beta_2B^2)c_t \quad (1.19)$$

con c_t ruido blanco. Igualando las autocovarianzas del lado derecho de (1.18) y (1.19) y utilizando (1.17), se obtiene $\beta_1=-.819$, $\beta_2=-.344$ y $\sigma_c^2=.227\sigma_a^2$. El espectro de s_t aparece representado en la Figura 3. El modelo que se obtiene para s_t es, en este caso, el mismo que resultaría si se desestacionalizase la serie por el método de Burman (1980) o el de Hillmer y Tiao (1982). Alternativamente, el modelo para la serie desestacionalizada, z_t^a , puede obtenerse sumando z_{1t} y u_t , lo que proporciona la ecuación

Figura 2

Componentes de $\nabla_4 z_t = a_{it}$

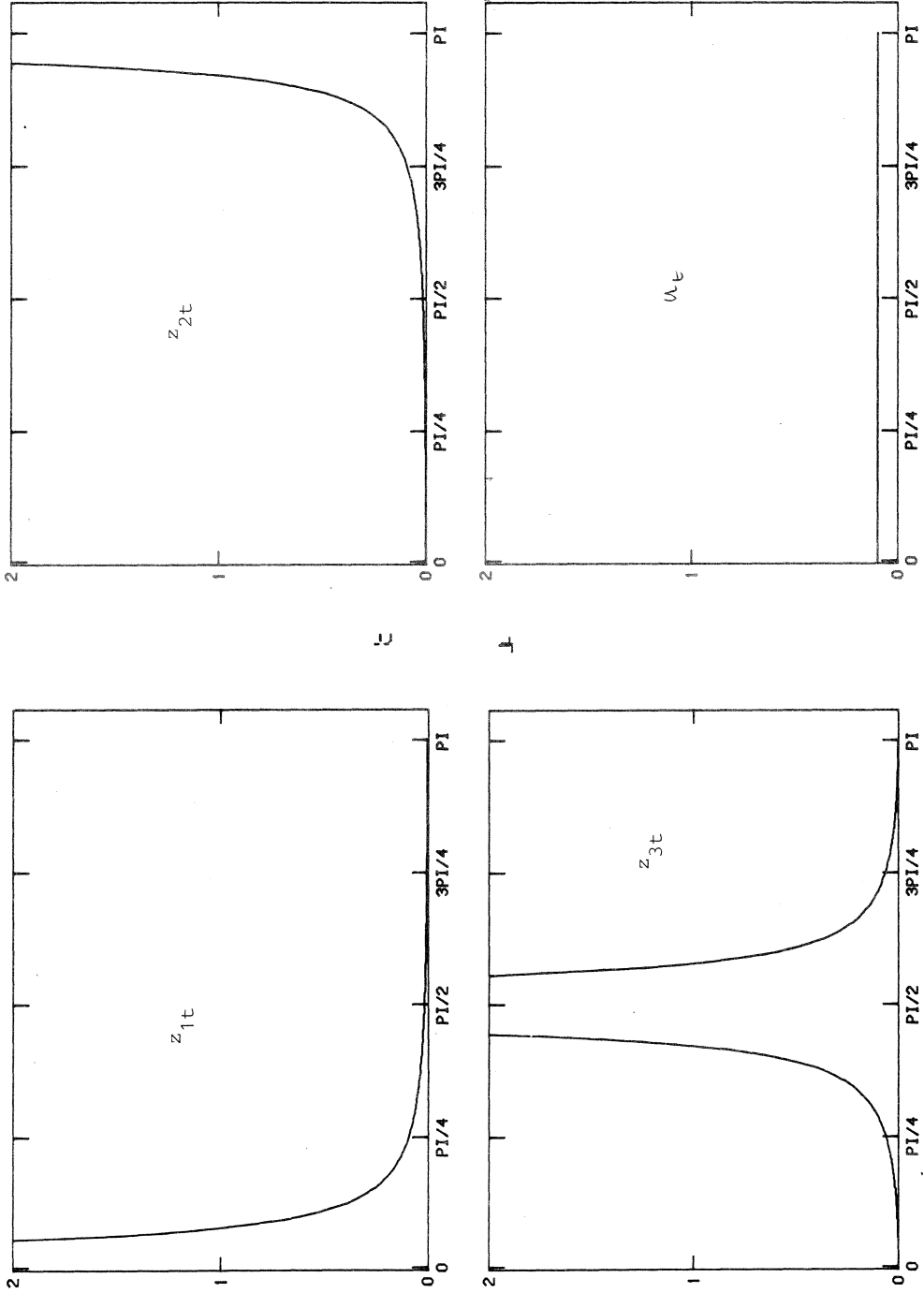
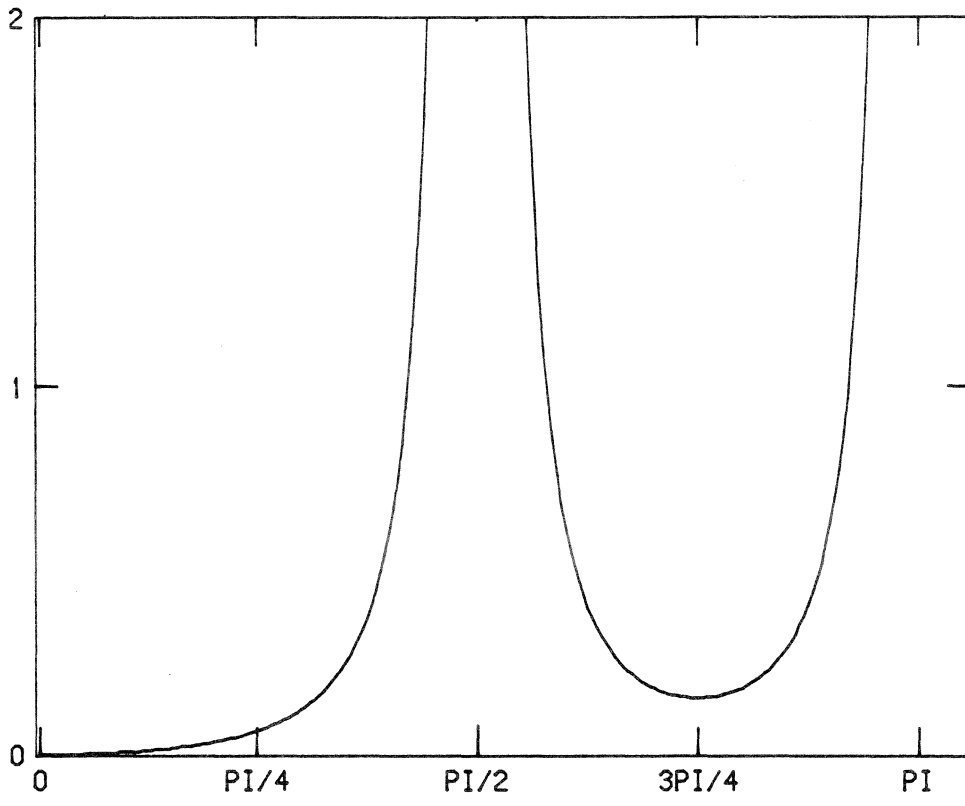


Figura 3

Componente Estacional Total



$$\nabla z_t^a = (1+B)a_{1t} + (1-B)u_t .$$

Igualando las autocovarianzas del lado derecho con las de un MA(1), la serie desestacionalizada sigue el proceso

$$(1-B)z_t^a = (1-.42B)d_t, \quad (1.20)$$

con d_t ruido blanco y $\sigma_d^2 = .186 \sigma_a^2$.

La discusión anterior ilustra cómo es posible, a partir de una forma reducida (el modelo (1.9)), que puede obtenerse a partir de las observaciones, derivar la estructura subyacente. Si, en (1.9), ∇_4 se sustituye por $(1-\phi B^4)$, con $0 < \phi \leq 1$, y a_t se sustituye por una media móvil invertible $\theta_q(B) a_t$, con $q \leq 4$, la discusión permanece básicamente inalterada. La tendencia, el componente estacional y el irregular seguirían los modelos:

$$(1-\psi B) z_{1t} = (1+B) a_{1t}$$

$$(1+\psi B + \psi^2 B^2 + \psi^3 B^3) s_t = \beta_3(B) c_t$$

y u_t ruido blanco, con $\psi = \phi^{1/4}$, donde los parámetros β y las varianzas σ_1^2 , σ_c^2 y σ_u^2 serían función de los parámetros ϕ y θ .

Hemos utilizado un ejemplo con series trimestrales, pero el análisis se extiende fácilmente a datos con otras frecuencias de observación. Esto nos lleva a un comentario de interés: modelos del tipo

$$(1-\phi B^r) s_t = \theta(B) a_t \quad (1.21)$$

donde r es el número de observaciones por año, se han utilizado con frecuencia para caracterizar el componente estacional. Ejemplos pueden encontrarse en Nerlove, Grether y Carvalho (1979), Pierce (1978), Pagan (1975), Engle (1978), Cleveland y Tiao (1976), Granger (1978), Harvey

(1981), Ansley (1983), Gouriéroux y Monfort (1983), y Pierce, Cleveland y Grupe (1984), entre otros. Aunque en trabajos posteriores algunos de estos autores han rectificado la especificación del componente estacional, modelos del tipo (1.21) todavía siguen siendo utilizados con frecuencia y dos ejemplos recientes importantes son Hausman y Watson (1985) y Hylleberg (1986).

Puesto que no existe una definición generalmente aceptada de lo que es un componente estacional, la especificación de un modelo para dicho componente es, hasta cierto punto, arbitraria. Con todo, en la descomposición de z_t de acuerdo con (1.11), los componentes z_{2t} y z_{3t} están claramente asociados con variación estacional, pero es difícil aceptar que $z_{1t} + u_t \rightarrow 0$, equivalentemente, (1.20) sea considerado también parte del componente estacional.

Hausman y Watson (1985) afirman que, para las series que consideran, criterios de verosimilitud les llevaron a escoger componentes con polinomio autorregresivo del tipo $(1-\phi B^T)$ en lugar de $(1+B+\dots+B^{T-1})$. Criterios de estimación, sin embargo, no pueden utilizarse para decidir entre un componente del tipo (1.9) o (1.19). Si, por ejemplo, se estima el modelo (1.9), siempre es posible descomponerlo de acuerdo con (1.19) y (1.20), y las dos representaciones son observacionalmente equivalentes. Como consecuencia, la función de verosimilitud no puede ayudar a decidir cuál de las dos representaciones es más adecuada. La decisión depende de la definición implícita o explícita del componente estacional, y es difícil aceptar una definición que incluye como parte del componente estacional un pico en el espectro para $\omega=0$, igual que sería difícil aceptar como parte de la tendencia un pico en el espectro para una frecuencia estacional.

En última instancia, aunque un modelo del tipo (1.21) sea inadecuado para caracterizar un componente estacional, lo que tiene importancia es conocer el efecto de esa especificación incorrecta. Como primer ejemplo, el modelo

$$(1-.8B^4)s_t = a_t$$

muy cercano a los utilizados por Hylleberg (1986) para caracterizar el componente estacional de varias series, puede descomponerse siguiendo un razonamiento similar al de las páginas anteriores- en un componente puramente estacional y uno no-estacional dado por la suma de una tendencia, de ecuación

$$(1-.95B)p_t = (1+B)b_t$$

con $\sigma_b^2 = .037\sigma_a^2$, y un componente irregular u_t ruido blanco con varianza $\sigma_u^2 = .116\sigma_a^2$. Es fácil ver en este caso que más de la mitad de la varianza de s_t está explicado por su componente no estacional. En concreto, la desviación típica de este último es igual al 72.6% de la desviación típica de s_t .

Como segundo ejemplo, el modelo mensual

$$(1-.5B^{12})s_t = (1-.6B)a_t,$$

muy cercano a los que utilizan Hausman y Watson (1985) para el componente estacional, se descompone también en estacionalidad, tendencia y ruido blanco, donde la tendencia viene dada por

$$(1-.94B)p_t = (1+B)b_t$$

con $\sigma_b^2 = .00095\sigma_a^2$ y el ruido blanco tiene varianza $\sigma_u^2 = .0325\sigma_a^2$. Aunque en este caso la mayor parte de la variación de s_t es estacional, la desviación típica de su componente no-estacional es igual a 19.2% de la desviación típica de s_t . Se trata, pues, de un porcentaje pequeño pero no despreciable.

Hemos visto como es posible proceder para descomponer un modelo ARIMA en componentes no-observables. Heurísticamente, componentes tales

como una tendencia o un componente estacional implican una media que evoluciona en el tiempo, y presentan por tanto un comportamiento no-estacionario asociado con una determinada frecuencia (y, posiblemente, sus armónicos). Esta no-estacionariedad se captura por medio de raíces unitarias autorregresivas en el modelo ARIMA "observado", que determinarán los polinomios autorregresivos de los componentes. La parte de medias móviles en los modelos para los componentes reflejará, por un lado, los ceros en el espectro asociado con el requisito de que los componentes no estén contaminados por ruido, y por otro lado, la condición de compatibilidad (1.7), que asegura que el modelo agregado es la suma de los modelos para los componentes.

El esquema puede aplicarse a componentes asociados con frecuencias que no son cero ni estacionales. Por ejemplo, si una serie presentase un ciclo no-estacionario de período T (mayor que un año), uno de los componentes de la serie seguiría el modelo

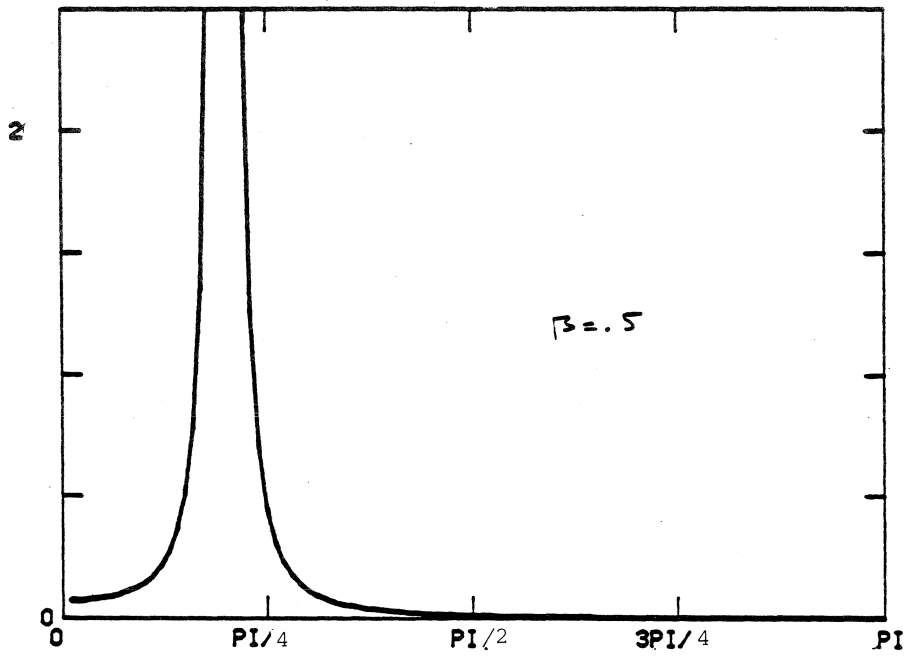
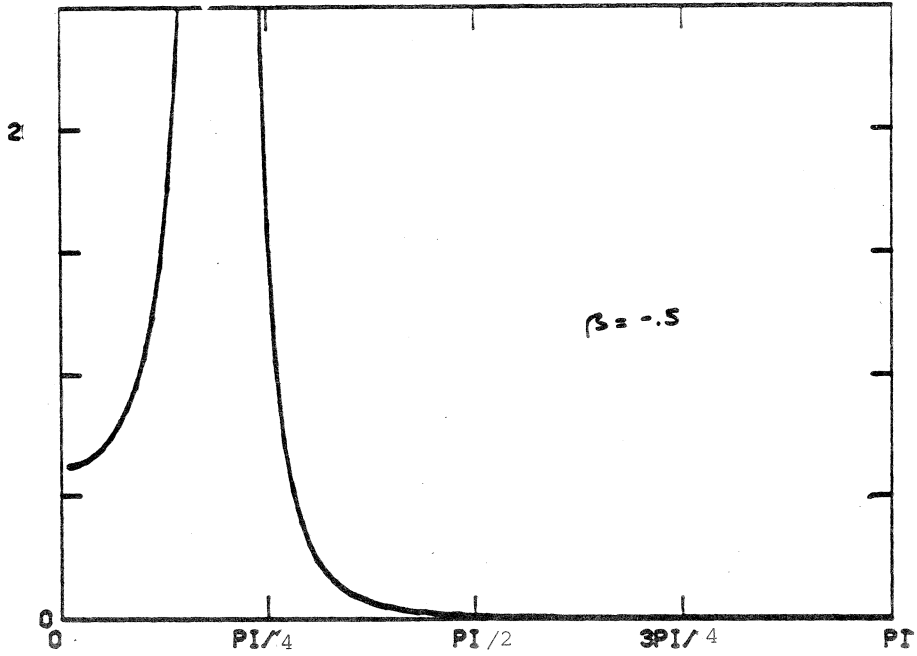
$$(1-\phi B+B^2) z_{it} = (1+B)(1-\beta B) a_{it} , \quad (1.22)$$

donde $\phi=2\cos\omega$ y $\omega=2\pi/T$. Este modelo depende de dos parámetros, β y σ_i^2 . La Figura 4 presenta el espectro de un componente cíclico del tipo (1.22), de período dos años y medio, en datos trimestrales, para $\beta=\pm 0.5$ y $\sigma_i^2=1$. Este ejemplo ilustra la relación entre el método llamado estructural y el de la forma reducida, y componentes parecidos a (1.22) han sido usados por Harvey (1985) dentro de una aproximación estructural. Quizás la diferencia más importante entre ambos métodos radique en la utilización o no de la información contenida en la serie observada para especificar el modelo.

Una vez obtenidas especificaciones razonables para los componentes, es posible pasar a la estimación de los mismos, al diagnóstico de los resultados y a la realización de inferencias de una manera natural. Analizaremos estas cuestiones en el contexto de otro ejemplo con un interés aplicado mayor que el considerado en esta sección.

Espectro de un Componente Cíclico

Figura 4



2. UN MODELO DE REFERENCIA Y UN EJEMPLO.

Aunque sea posible tratar descomposiciones más generales, en el resto del trabajo nos centraremos en la descomposición usual en componente tendencial (p_t), estacional (s_t), e irregular (u_t), de acuerdo con

$$z_t = p_t + s_t + u_t, \quad (2.1)$$

donde los tres componentes son independientes. Con frecuencia los dos componentes p_t y u_t no se consideran separadamente, de manera que la serie se descompone en

$$z_t = z_t^a + s_t, \quad (2.2)$$

donde $z_t^a = p_t + u_t = z_t - s_t$ es la serie desestacionalizada. Puesto que puede producir movimientos erráticos a corto plazo que oscurecen la evolución subyacente de la serie, la estimación de la tendencia ha sido recomendada con frecuencia como sustituto o complemento de la desestacionalización (para aplicaciones dentro del Banco de España, ver Espasa (1984) y Espasa et al (1987)). Nos interesará, por tanto, analizar las estimaciones separadas de p_t y de z_t^a , con objeto de poder comparar sus virtudes relativas.

En la práctica, en instituciones tales como el Banco de España, un número muy elevado de series se descomponen de forma rutinaria de acuerdo con (2.1) o (2.2), y resulta imposible realizar un análisis previo de la estructura estocástica de cada serie. Es necesario, por ello, disponer de un modelo de referencia, que se aplique "por defecto", y que aproxime razonablemente bien muchas series. Además de esta razón práctica, cuando se analizan muchas series, hay también razones teóricas para utilizar un modelo común de referencia dejando quizás libres dos o tres parámetros (ver Sims, 1985). Para series mensuales, un candidato obvio dentro de los modelos ARIMA es el llamado "de las líneas aéreas" (ver Box y Jenkins, 1970), dado por

$$VV_{12} z_t = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})a_t, \quad (2.3)$$

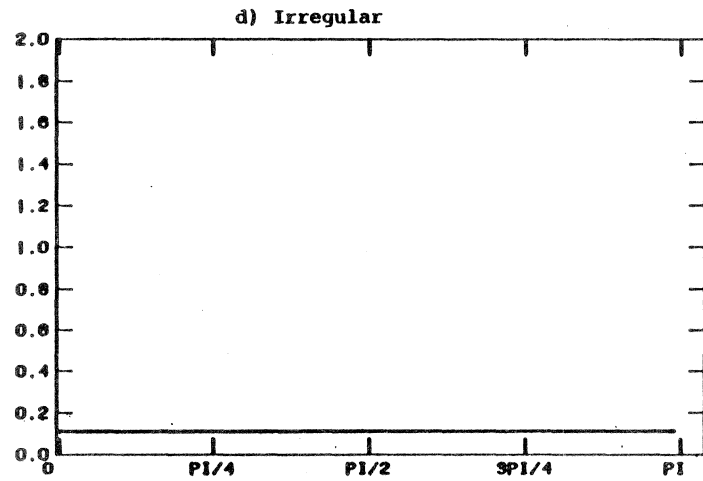
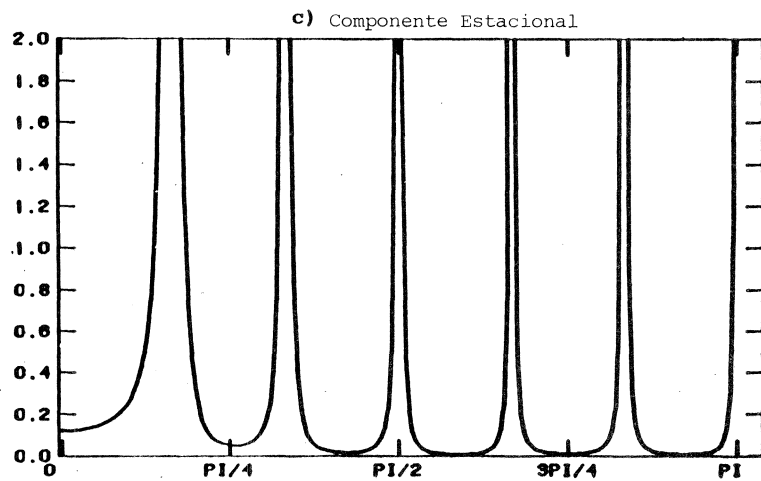
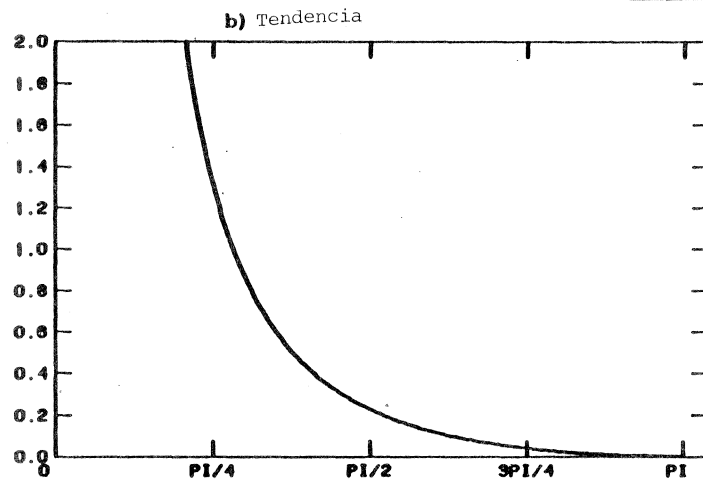
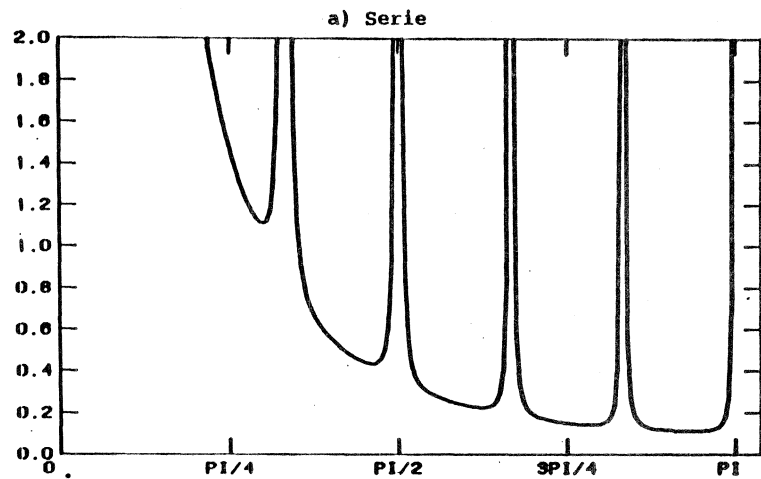
que se adapta bien a muchas series que se encuentran en la práctica, y que contienen variación de tipo tendencial y estacional. El modelo (2.3) incluye tres parámetros. Puesto que $\theta=1$ implica una tendencia determinística y $\theta_{12}=1$ implica una estacionalidad determinística, θ_1 y θ_{12} están relacionados con la estabilidad de la tendencia y del componente estacional, respectivamente. El tercer parámetro, σ_a , proporciona una medida del error de predicción a un mes. Hillmer y Tiao (1982) muestran como el modelo admite una descomposición del tipo (2.1) cuando $-1 < \theta_1 < 1$ y $0 < \theta_{12} < 1$.

Centraremos la discusión en un ejemplo concreto. Sea la serie z_t el agregado monetario sobre el que se basa el control monetario en España: la serie de Activos Líquidos en Manos del Público (ALP). La estimación de (2.3) para el log de la serie mensual, para el período 1978-1985 ($T=156$), daba los valores $\theta_1 = -.1915$ ($ES=.080$), $\theta_{12} = .6228$ ($ES=.069$), y $\sigma_a^2 = .138 \times 10^{-4}$ (el error standard de la predicción un período por delante es aproximadamente igual a .37 por ciento del nivel de la serie). La función de autocorrelación (FAC) de los residuos es razonablemente limpia y, por ejemplo, el estadístico Box-Pierce-Ljung para las primeras 24 autocorrelaciones es igual a 20.6, muy inferior al valor crítico $\chi_{22}^2(.05) = 33.9$.

El espectro del modelo estimado para z_t aparece en la Figura 5, parte a). Presenta picos para las frecuencias $\omega=0$, asociada con la tendencia, y $\omega=j\pi/6$, $j=1, \dots, 6$, asociadas con las frecuencias estacionales de 1 a 6 veces al año. Puesto que

$$VV_{12} = V^2 S,$$

donde $S = 1+B+\dots+B^6$, el pico para $\omega=0$ está inducido por el factor V^2 , y los picos para $\omega=j\pi/6$, $j=1, \dots, 6$, están inducidos por las raíces unitarias de S . (Nótese que S puede expresarse como



$$S = (1 - \sqrt{3}B + B^2)(1 - B + B^2)(1 + B^2)(1 + B + B^2)(1 + \sqrt{3}B + B^2)(1 + B),$$

donde los seis factores de la derecha se corresponden con las frecuencias estacionales mencionadas).

Los modelos para la tendencia, componente estacional e irregular serán del tipo:

$$\begin{aligned} V^2 p_t &= \alpha(B) b_t \\ S s_t &= \beta(B) c_t \end{aligned}$$

y u_t ruido blanco, donde $\alpha(B)$ y $\beta(B)$ son polinomios en B de orden finito. La ecuación (1.7), de consistencia entre componentes y agregados, se transforma ahora en

$$\theta(B) a_t = S\alpha(B) b_t + V^2\beta(B)c_t + VV_{12} u_t, \quad (2.4)$$

donde $\theta(B) = (1 - \theta_1 B)(1 - \theta_{12} B^{12})$. Puesto que el lado izquierdo de la ecuación es un MA(13), podemos fijar el orden de $\alpha(B)$ en 2, y el de $\beta(B)$ en 11, de manera que cada uno de los tres sumandos a la derecha de la ecuación sea un MA(13).

Igualando la varianza y las autocovarianzas de los dos lados de (2.4), se obtiene un sistema de 14 ecuaciones, que expresan la relación entre los parámetros del modelo agregado y los de los modelos para los componentes. Puesto que el número de parámetros a determinar es 16 ($\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \dots, \beta_{11}, \sigma_b^2, \sigma_c^2$ y σ_u^2), habrá un número infinito de estructuras del tipo

$$V^2 p_t = (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2) b_t \quad (2.5a)$$

$$S s_t = (1 - \beta_1 B - \dots - \beta_{11} B^{11}) c_t \quad (2.5b)$$

$$u_t \sim \text{ruido blanco} \quad (2.5c)$$

que son compatibles con la misma forma reducida (2.3). Una manera de obtener la solución canónica es la siguiente:

Haciendo $\alpha_2 = \beta_{11} = 0$, el sistema de 14 ecuaciones puede resolverse para las 14 incógnitas que quedan. Esto proporciona una primera descomposición. En el dominio de las frecuencias, equivale a la descomposición que se obtiene en la primera fase del método desarrollado por Burman(1980), que puede resumirse del modo siguiente. Sea $x = \cos \omega$ y representemos por $U(x)/V(x)$ el espectro de z_t en (2.3), donde $U(x)$ y $V(x)$ se corresponden con las partes MA y AR del modelo. Sea $V(x) = V_p(x) V_s(x)$, donde $V_p(x)$ se asocia con V^2 y $V_s(x)$ con S . Utilizando una descomposición en fracciones parciales, resulta

$$U(x)/V(x) = M_p(x)/V_p(x) + M_s(x)/V_s(x) + k, \quad (2.6)$$

donde $k = \theta_1 \theta_2$, y $M_p(x)$ y $M_s(x)$ son polinomios en x de orden 1 y 10, respectivamente. Sean $h_p^0(x)$ y $h_s^0(x)$ los dos primeros términos del lado derecho de (2.6), y sea $k_p = \min h_p^0(x)$ y $k_s = \min h_s^0(x)$ para $-1 \leq x \leq 1$. Entonces los espectros de los componentes canónicos vienen dados por

$$h_p(x) = h_p^0(x) - k_p$$

$$h_s(x) = h_s^0(x) - k_s$$

$$h_u(x) = k + k_p + k_s$$

A partir de estos espectros, las funciones generadoras de autocovarianza pueden obtenerse y, factorizando estas funciones, resulta la expresión ARIMA de los modelos para los componentes.

Para la serie desestacionalizada, la identidad $z_t^a = p_t + u_t$ implica

$$V^2 z_t^a = (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2) b_t + V^2 u_t, \quad (2.7)$$

donde el lado derecho es un MA(2). Por lo tanto, z_t^a es un modelo IMA(2,2), que representaremos como

$$v^2 z_t^a = (1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2) d_t, \quad (2.8)$$

donde λ_1 , λ_2 y σ_d^2 son funciones de α_1 , α_2 , σ_b^2 y σ_u^2 , que pueden obtenerse igualando varianzas y covarianzas del lado derecho de (2.7) y (2.8).

Con objeto de analizar la decomposición del modelo (2.3) supondremos, sin pérdida de generalidad, $\sigma_a^2 = 1$. Todas las varianzas vendrán pues expresadas en unidades de σ_a^2 . Para $\theta_1 = -.1915$, $\theta_{12} = .6228$, los modelos que resultan para los componentes son:

$$\begin{aligned} v^2 p_t &= (1 + .039 B - .961 B^2) b_t \\ &= (1+B)(1 - .961 B) b_t, \end{aligned} \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} v^2 z_t^a &= (1 - .779 B - .175 B^2) d_t \\ &= (1 + .182 B)(1 - .961 B) d_t \end{aligned} \quad (2.9b)$$

y

$$\begin{aligned} S s_t &= (1 + 2.019 B + 2.487 B^2 + 2.619 B^3 + 2.481 B^4 + \\ &\quad + 2.182 B^5 + 1.800 B^6 + 1.365 B^7 + .972 B^8 + \\ &\quad + .568 B^9 + .310 B^{10} - .032 B^{11}) c_t. \end{aligned} \quad (2.9c)$$

y las varianzas de las innovaciones toman los valores

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= .234 ; \sigma_c^2 = .053, \\ \sigma_u^2 &= .108 ; \sigma_d^2 = .670 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Así, por ejemplo, la varianza del componente irregular representa aproximadamente un 10% de la varianza del error de predicción a un

período. En consecuencia, el carácter aleatorio de la tendencia y del componente estacional contribuye de forma importante a la impredecibilidad de la serie.

Los espectros de los tres componentes, p_t , s_t y u_t aparecen representados en la Figura 5. Las FACs de $\sqrt{p_t}$, Ss_t y u_t están en el Cuadro 1. Considerando (2.9a), la raíz $(1+B)$ de $\alpha(B)$ induce un cero en el espectro de p_t para $\omega=\pi$. La segunda raíz, $(1-.961 B)$ está muy próxima a $(1-B)$ y por tanto casi se cancela con uno de los V 's del lado derecho. La tendencia sigue, pues, un modelo del tipo

$$\sqrt{p_t} = (1+B) b_t + \delta ,$$

donde δ varía muy lentamente en el tiempo. Análogamente, la serie desestacionalizada, teniendo en cuenta (2.9b), sigue un modelo del tipo

$$\sqrt{z_t^a} = (1+.182 B) d_t + \delta' ,$$

cercano a un paseo aleatorio con una deriva δ' que evoluciona suavemente. El modelo para el componente estacional es una expresión relativamente compleja. El cero en el espectro se alcanza para $\omega=.9175\pi$, entre las frecuencias de cinco y seis veces al año.

Aunque el modelo en su forma estructural depende de 16 parámetros, éstos son a su vez función solamente de θ_1 y θ_{12} . En general, diferentes valores de θ_1 y θ_{12} apenas afectan a los parámetros α , y tienen un efecto limitado sobre los parámetros β . La Figura 6 compara la FAC de $\sqrt{p_t}$ y de Ss_t para el modelo que estamos discutiendo con las correspondientes al caso (drásticamente opuesto) $\theta_1=.7$, $\theta_{12}=.2$. Cambios en los valores de θ_1 y θ_{12} tienen, sin embargo, un fuerte efecto sobre las varianzas de las innovaciones en los modelos para los componentes. Para $\theta_1=.7$, $\theta_{12}=.2$, por ejemplo, se obtiene

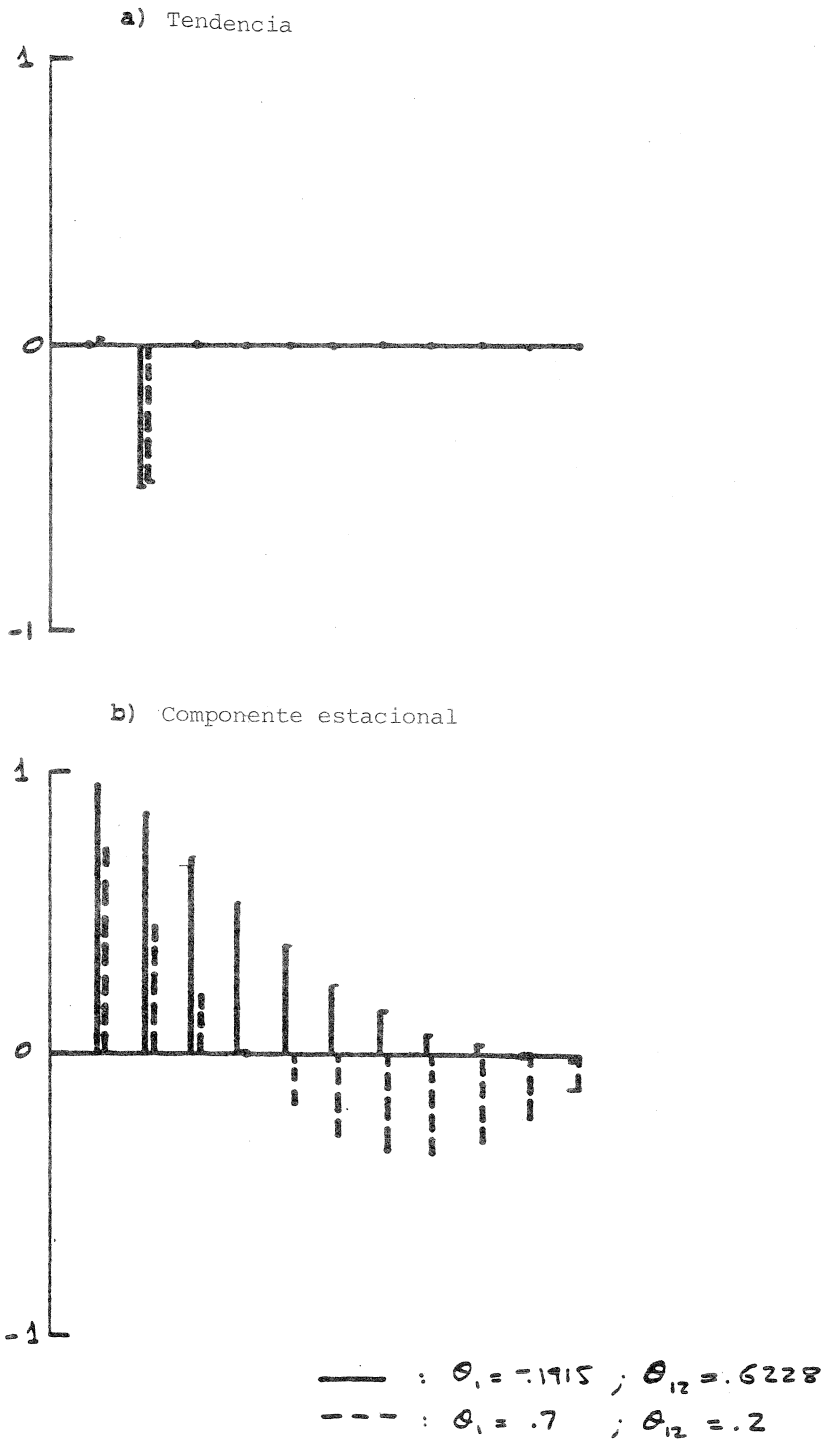
Cuadro 1

FAC de los componentes

Retardo	$v^2 z_t^a$	$v^2 p_t$	$s s_t$	u_t
1	-.39	.001	.95	-
2	-.11	-.499	.84	-
3	-	-	.70	-
4	-	-	.54	-
5	-	-	.39	-
6	-	-	.26	-
7	-	-	.15	-
8	-	-	.08	-
9	-	-	.03	-
10	-	-	.01	-
11	-	-	.00	-

Figura 6.

FAC de los Componentes
para distintos valores de los parámetros



$$\sigma_b^2 = .007 ; \sigma_c^2 = .147 ; \sigma_u^2 = .218$$

y comparando con (2.10), se observa que tendencias estables (valores más altos de θ_1) producen valores pequeños de σ_b^2 , y componentes estacionales más estables (valores de θ_{12} más elevados) producen valores pequeños de σ_c^2 . En términos de los parámetros de la forma estructural, los parámetros de la forma reducida afectan sobre todo a las varianzas de las innovaciones, y cuanto más aleatorio sea un componente, mayor será la varianza de su innovación. (Para una discusión del efecto de cambiar el modelo en su forma reducida, ver Maravall, 1983a).

3. ESTIMACION

3.1 Estimadores con Error Cuadrático Medio Mínimo

Volviendo al esquema general de la subsección 1.1, cuando la información consiste en una realización completa de z_t , que representaremos por $[z_t]$, el estimador del componente z_{it} con error cuadrático medio mínimo (ECMM) viene dado por

$$\hat{z}_{it} = k_i \frac{\psi_i(B) \psi_i(F)}{\psi(B) \psi(F)} z_t = v_i(B,F) z_t \quad (3.1)$$

donde $k_i = \sigma_i^2 / \sigma_a^2$ y $F=B^{-1}$. Bajo nuestros supuestos, \hat{z}_{it} es también la media condicional $E(z_{it} | [z_t])$. La derivación de (3.1) para el caso estacionario y su extensión a series no estacionarias figuran en el Apéndice A.

Para modelos ARIMA, utilizando (1.3), (1.5) y (1.8), el filtro v_i resulta igual a

$$v_i(B,F) = k_i \frac{\theta_i(B) \theta_i(F) \phi_i^*(B) \phi_i^*(F)}{\theta(B) \theta(F)} \quad (3.2)$$

Se trata, pues, de un filtro simétrico y centrado, y la invertibilidad de z_t garantiza la convergencia del filtro. Esta convergencia permite truncar el filtro y aplicarlo a una serie finita.

Supongamos que el filtro truncado contiene $(2m+1)$ coeficientes, de forma que

$$\hat{z}_{it} = v_0 z_t + \sum_{j=1}^m v_j (z_{t-j} + z_{t+j}) \quad (3.3)$$

Para obtener \hat{z}_{it} por medio de (3.3) se necesitan las observaciones z_{t-m}, \dots, z_{t+m} . Como consecuencia, en el momento T , cuando la serie disponible es z_1, \dots, z_T , la estimación de z_{it} requiere para $t < m$, observaciones iniciales anteriores a z_1 , y para $t > T-m$, observaciones posteriores a z_T . Puesto que

$$E_T z_{it} = E_T E(z_{it} | [z_t]) = E_T \hat{z}_{it} \quad (3.4)$$

se sigue que el estimador de z_{it} calculado en T puede computarse aplicando (3.3) a una serie en la que las observaciones no disponibles se reemplazan por sus estimaciones $E_T z_t$. Considerese, por ejemplo, la estimación "contemporánea" de z_{it} (es decir, cuando la serie disponible llega hasta z_t), sin duda el caso de mayor importancia práctica. Suponiendo $t > m$, de (3.3) y (3.4), el estimador contemporáneo, \hat{z}_{it}^0 puede computarse como

$$\hat{z}_{it}^0 = v_0 z_t + \sum_{j=1}^m v_j (z_{t-j} + \hat{z}_t^0(j)), \quad (3.5)$$

donde $\hat{z}_t^0(j) = E_t z_{t+j}$. Es decir, \hat{z}_{it}^0 se obtiene aplicando (3.3) a la serie extendida con las predicciones calculadas en t . En consecuencia, en una aplicación concreta, los finales de las series de estimadores de

los componentes estarán contaminados por los errores de predicción. Más adelante volveremos sobre esta cuestión; por el momento nos centraremos en el filtro completo, es decir en el estimador final (3.3).

Para el modelo de las líneas aéreas y los modelos (2.5) para los componentes, escribamos para simplificar notación:

$$\theta = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})$$

$$\alpha = 1-\alpha_1 B-\alpha_2 B^2$$

$$\beta = 1-\beta_1 B-\dots-\beta_{11} B^{11} ,$$

$$\lambda = 1-\lambda_1 B-\lambda_2 B^2 ,$$

y, si una barra representa el mismo polinomio con B sustituido por F, la expresión (3.2) se convierte en

$$v_p(B,F) = k_b \frac{\alpha \bar{\alpha} \bar{S} \bar{S}}{\theta \bar{\theta}} \quad (3.6a)$$

para la tendencia, y en

$$v_s(B,F) = k_c \frac{\alpha \bar{\alpha} V^{2-2}}{\theta \bar{\theta}} \quad (3.6b)$$

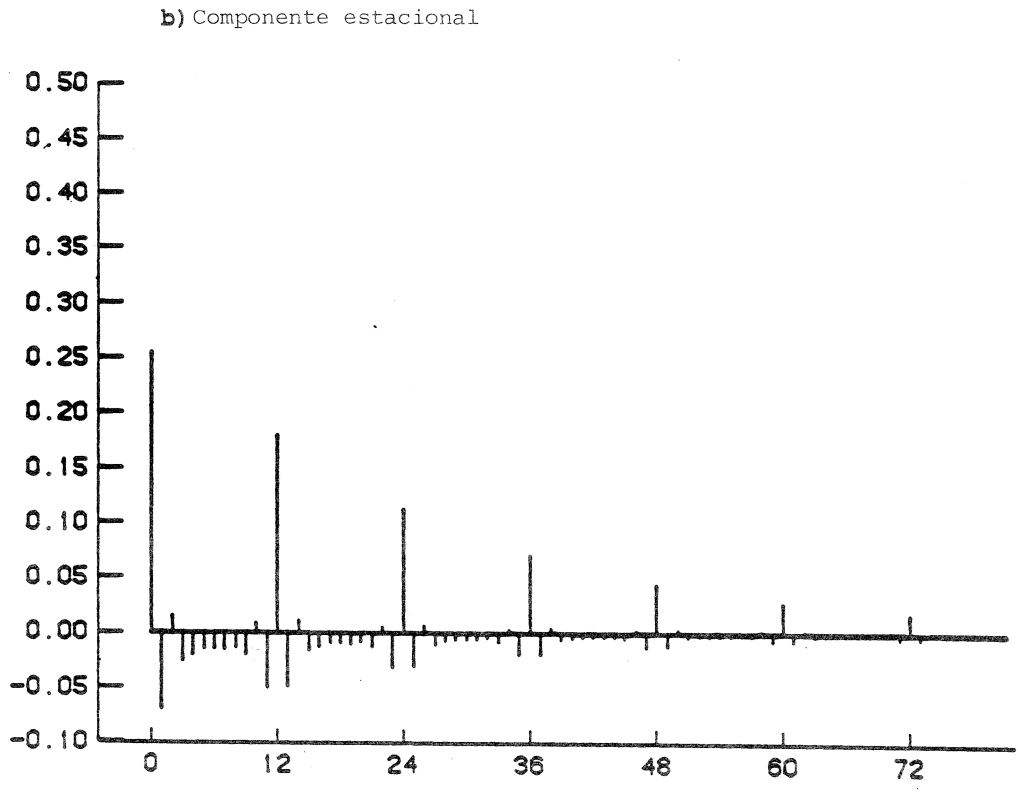
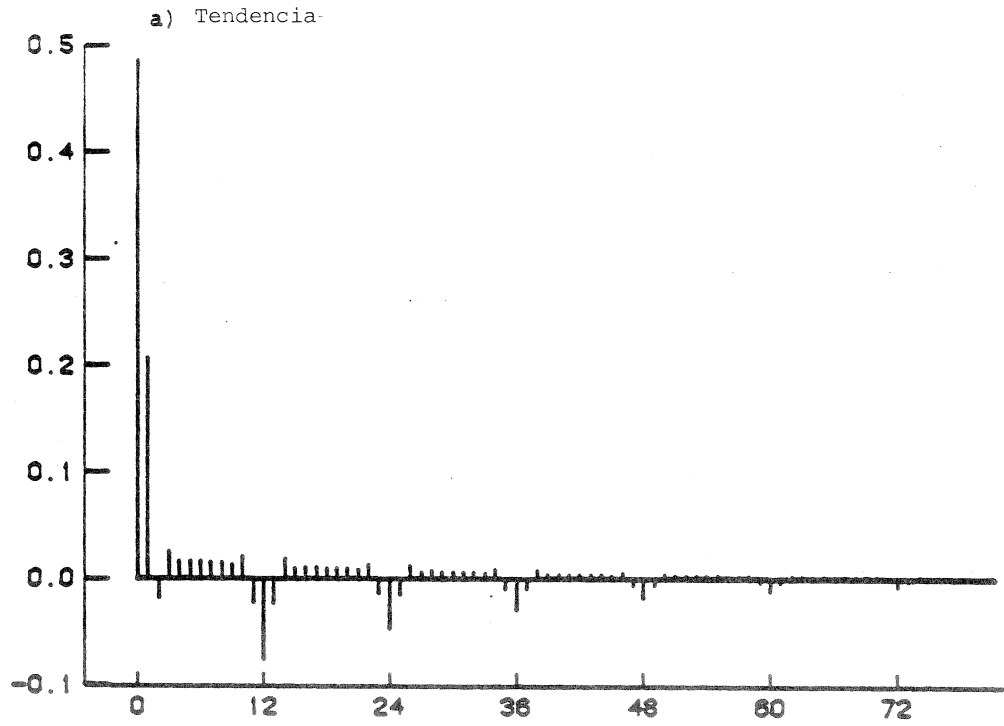
para el componente estacional. Para el ejemplo que estamos considerando, los dos filtros aparecen en la Figura 7.

El componente irregular se estima como el residuo, una vez que la tendencia y el componente estacional estimados se han eliminado de la serie. Es decir

$$\hat{u}_t = z_t - \hat{p}_t - \hat{s}_t$$

Filtros de los estimadores

Figura 7



La linealidad del operador $E(\cdot|z)$ implica que u_t estimado como el residuo ha de ser el mismo que el que resultaría de su estimación directa:

$$\hat{u}_t = k_u [\psi(B) \psi(F)]^{-1} z_t . \quad (3.6c)$$

En general, es irrelevante cuáles dos de los tres componentes se escogen para la estimación directa, dejando el tercero como residuo.

Volviendo al caso de la oferta monetaria en España, los componentes fueron estimados por medio de un programa desarrollado por Burman y se presentan en la Figura 8. (Nótese que, una vez conocido el espectro del componente, las funciones de autocovarianza se derivan fácilmente y estas proporcionan directamente los filtros v_i . La estimación de los componentes no requiere, por tanto, la derivación de sus modelos ARIMA).

3.2 Los Modelos para los Estimadores

Comparando el modelo para un componente con la expresión para su estimador se observa que, tal como indicaron Grether y Nerlove (1970), el modelo para el componente difiere del modelo teórico que sigue el estimador. Tiene interés ahondar en esta comparación.

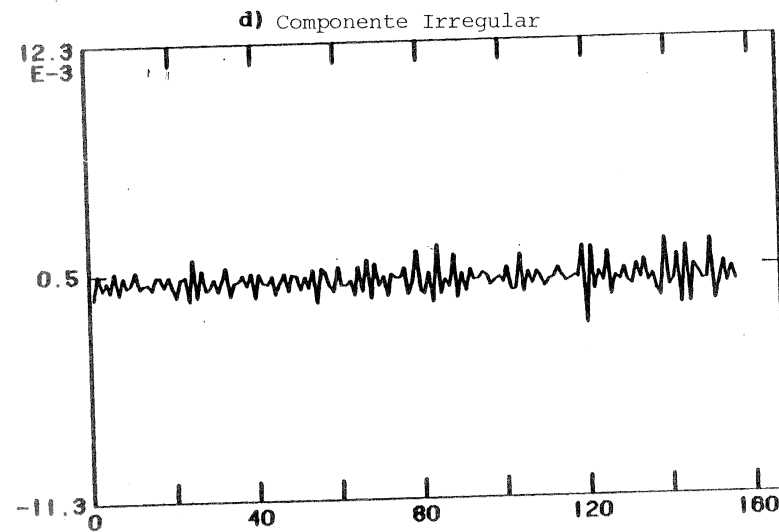
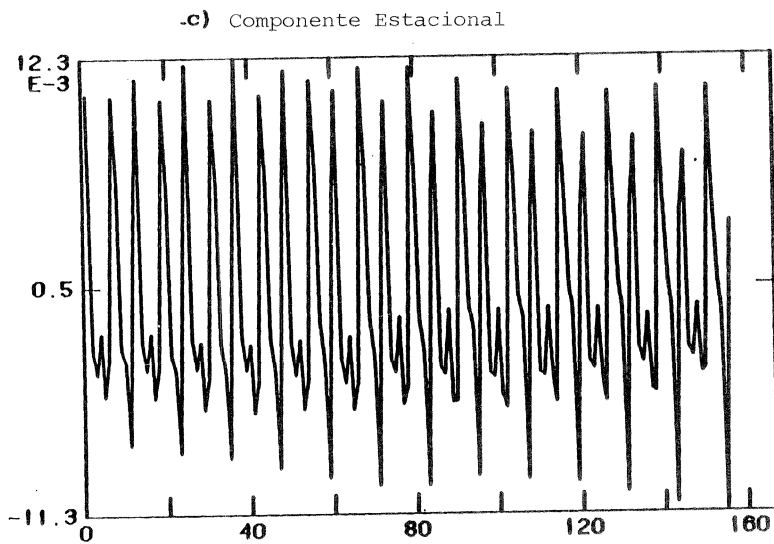
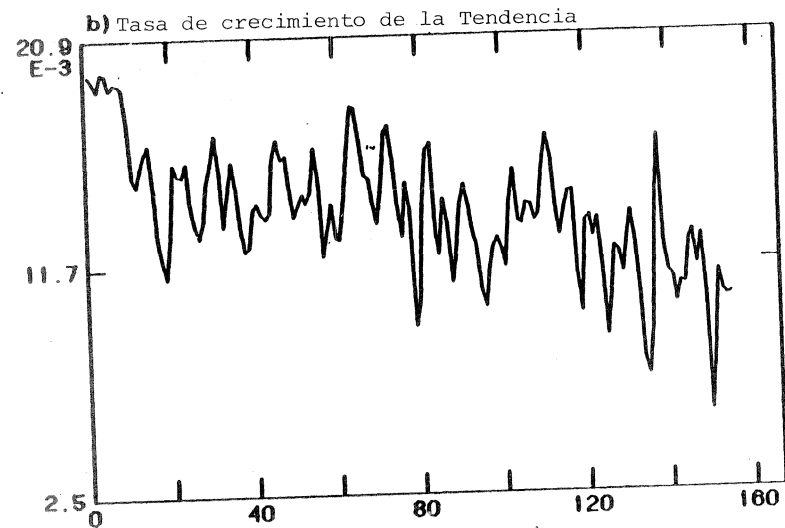
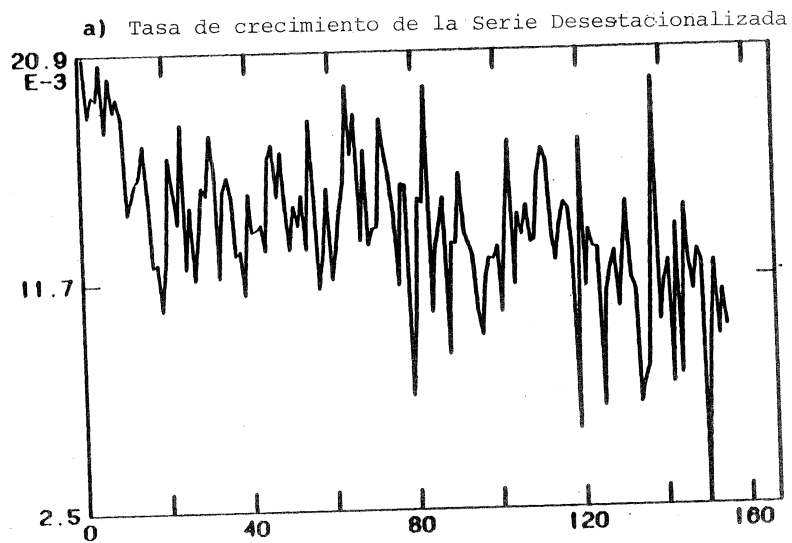
Una manera fácil de derivar el modelo teórico para el estimador es la siguiente: Haciendo $z_t = \psi(B) a_t$ en (3.1), el estimador \hat{z}_{it} queda expresado en función de las innovaciones $[a_t]$ de la serie observada. Simplificando, resulta

$$\hat{z}_{it} = \psi_i(B) \eta_i(F) a_t , \quad (3.7)$$

donde $\psi_i(B) = \theta_i(B)/\phi_i(B)$, es el filtro correspondiente al componente teórico en (1.2), y

Figura 8

Componentes estimados



$$\eta_i(F) = k_i \frac{\theta_i(F) \phi_i^*(F)}{\theta(F)} \quad (3.8a)$$

Sea

$$\zeta_i(B,F) = \psi_i(B) \eta_i(F) \quad (3.8b)$$

El filtro ζ_i es convergente en F y divergente en B. Su denominador implica que el componente y el estimador requieren la misma transformación estacionaria, y su numerador implica que la estimación conserva la propiedad canónica del componente. El espectro del estimador, sin embargo, presenta ceros adicionales, que se corresponden con las raíces unitarias de $\phi^*(F)$ en el denominador de ζ_i . En general, en términos de la FAC y del perfil espectral, el estimador difiere del componente por la presencia de $\eta_i(F)$ en (3.7).

Para el caso del modelo de las líneas aéreas, las expresiones para el estimador de la tendencia y del componente estacional se convierten en:

$$\nabla^2 \hat{p}_t = \alpha(B) \eta_p(F) a_t, \quad (3.9a)$$

$$S \hat{s}_t = \beta(B) \eta_s(F) a_t, \quad (3.9b)$$

donde

$$\eta_p(F) = k_b \frac{\bar{\alpha} \bar{S}}{\bar{\theta}} \quad (3.10a)$$

$$\eta_s(F) = k_c \frac{\bar{\beta} \bar{V}^2}{\bar{\theta}}, \quad (3.10b)$$

Para el estimador del componente irregular,

$$\hat{u}_t = \eta_u(F) a_t, \quad (3.11)$$

donde

$$\eta_u(F) = k_u \frac{\bar{v} \bar{v}_{12}}{\bar{\theta}}, \quad (3.12)$$

y por tanto $\hat{u}_t = k_u \psi(F)^{-1} a_t$, es decir \hat{u}_t sigue el proceso "inverso" del de z_t . El estimador \hat{u}_t es una función lineal de innovaciones futuras a_{t+j} , $j \geq 0$; por ello, aunque presenta autocorrelación, esta no puede utilizarse para predecir u_t . El estimador \hat{u}_t sigue un proceso estacionario, con varianza finita que siempre será menor que la varianza teórica de u_t . (Una discusión más completa de las propiedades de \hat{u}_t figura en Maravall, 1987b).

Utilizando (3.9)-(3.12) se pueden calcular FACs y espectros de los estimadores. Para el ejemplo que estamos considerando, aparecen representados en las Figuras 9 y 10, donde se comparan con los de los componentes teóricos. En lo que se refiere a la serie desestacionalizada, la estimación no afecta a las autocorrelaciones de orden bajo, pero induce correlación negativa para el retardo 12. En el caso de la tendencia afecta a ρ_1 y también induce un valor negativo de ρ_{12} . Para el componente irregular, las dos FACs difieren mucho, y la estimación induce valores negativos para ρ_1 y ρ_{12} . (El valor negativo de ρ_{12} es -.19, el mismo en los tres casos).

Como ya se mencionó anteriormente, los espectros de los estimadores presentan ceros adicionales. Sean $\hat{g}_p(\omega)$, $\hat{g}_s(\omega)$ y $\hat{g}_u(\omega)$ los espectros de los estimadores de la tendencia, componente estacional y componente irregular. Los ceros de $\hat{g}_p(\omega)$ y $\hat{g}_u(\omega)$ para frecuencias estacionales reflejan el hecho de que, para esas frecuencias, el cociente varianza de la tendencia o del irregular partido por varianza del componente estacional es cero, de manera que

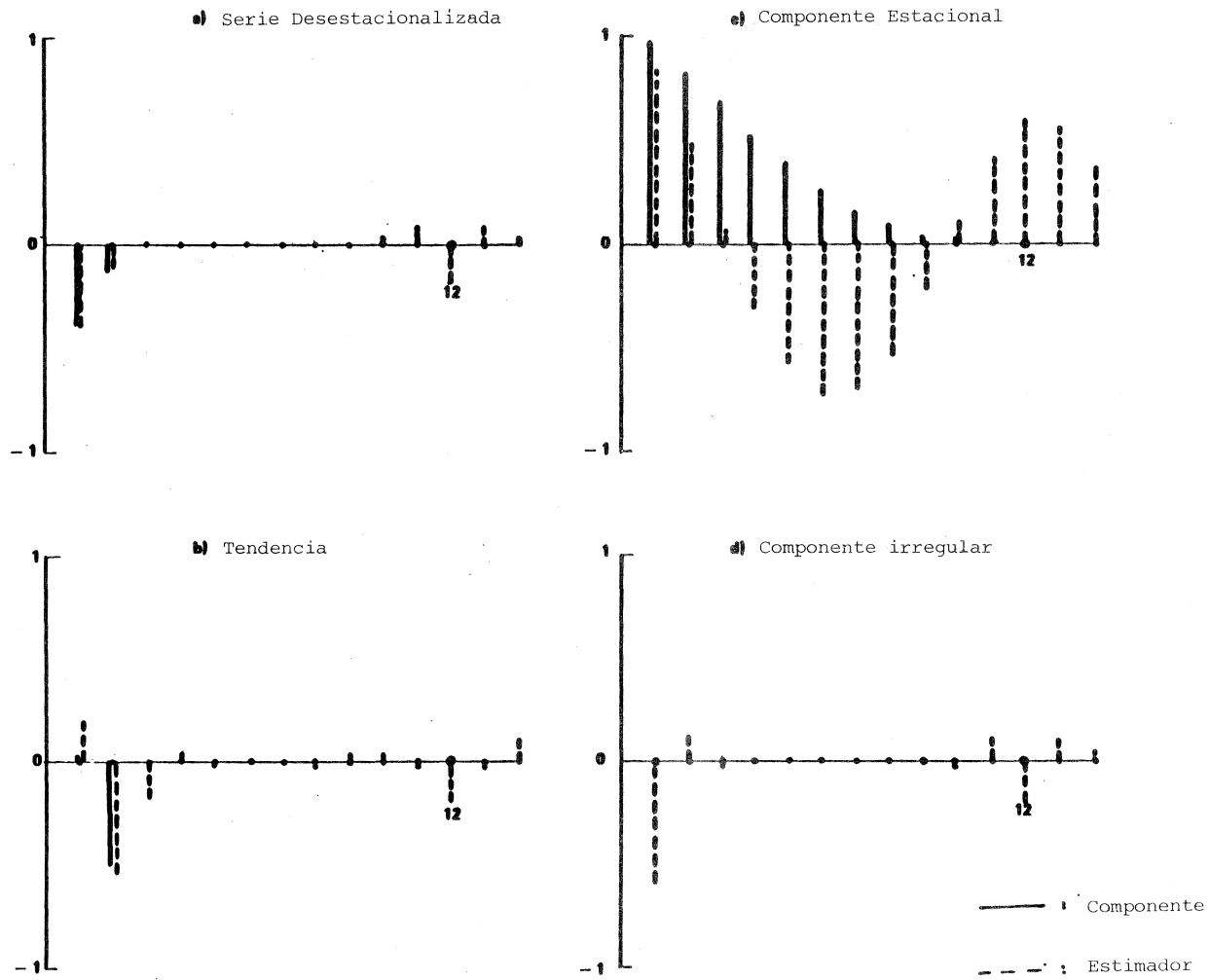
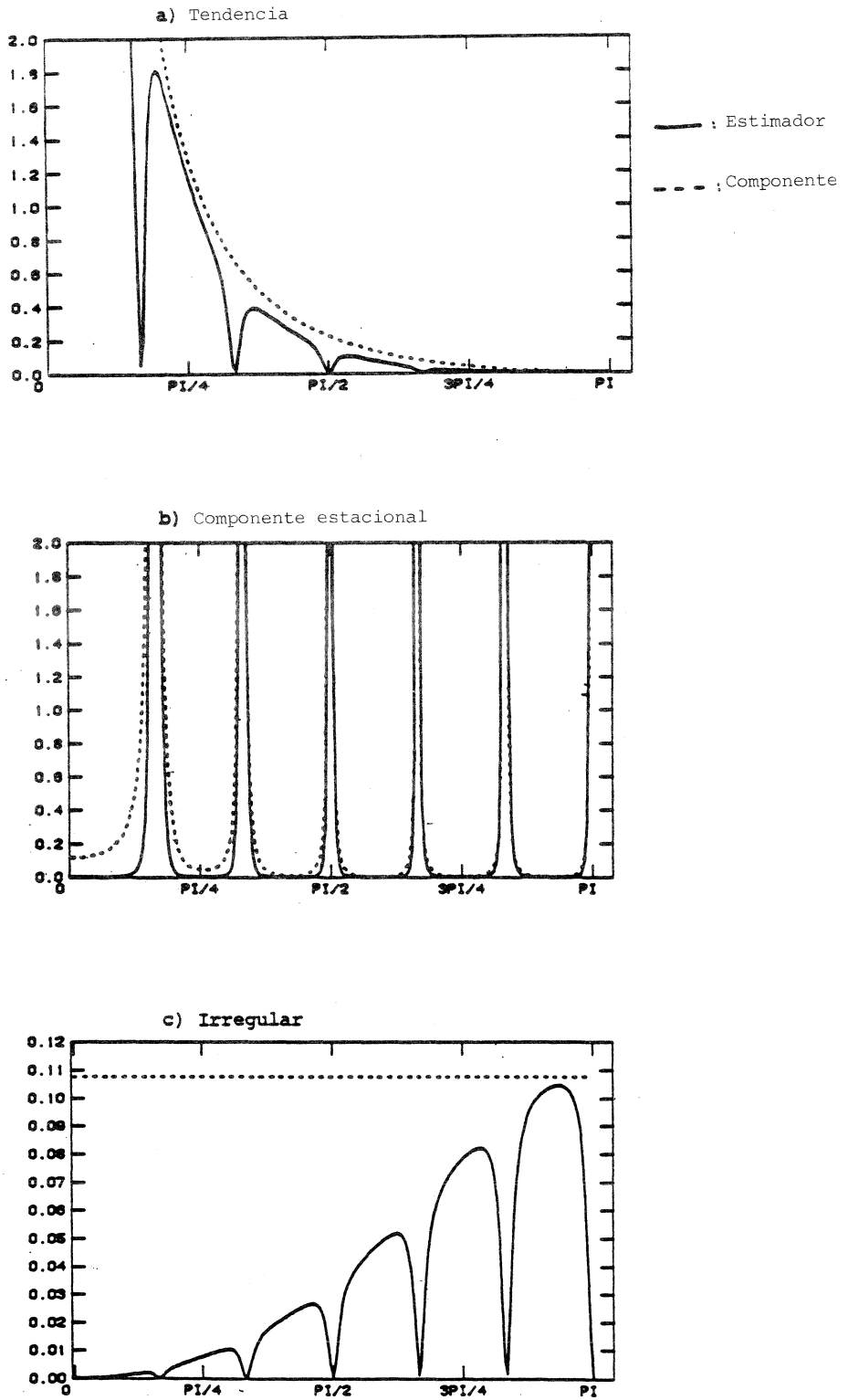


Figura 10

Espectros de los Componentes
y de sus Estimadores



esas frecuencias no contienen información alguna para estimar p_t o u_t , y serán pues ignoradas. Análogamente, el cero en $\hat{g}_s(\omega)$ y $\hat{g}_u(\omega)$ para $\omega=0$ refleja que, para esa frecuencia, los ratios varianza del componente estacional/varianza de la tendencia y varianza del irregular/varianza de la tendencia son cero.

La diferencia entre el espectro del componente y el del estimador resulta particularmente notable, de nuevo, para el componente irregular, cuyo estimador se encuentra muy lejos de ofrecer un comportamiento de tipo ruido blanco. Su perfil ascendente refleja la predominancia de la tendencia en la varianza de z_t a medida que la frecuencia se acerca a cero.

Mirando la Figura 10 se observa que el espectro del estimador siempre se encuentra por debajo del espectro del componente. Del mismo modo, la varianza de la transformación estacionaria del estimador es menor que la correspondiente al componente, tal y como se observa en el Cuadro 2. Puesto que la suma de los tres componentes es igual a la suma de los tres estimadores, la diferencia en la suma de varianzas se explica por la aparición de covarianzas. Mientras que los componentes teóricos no están correlacionados, (3.9) y (3.11) implican que los estimadores sí lo están. Las funciones de correlación cruzada entre los estimadores se obtienen fácilmente a partir de (3.9)-(3.11). Para el ejemplo que estamos considerando, resulta

$$\begin{aligned}\text{Corr} (V^2\hat{p}_t, S\hat{s}_t) &= .10 \\ \text{Corr} (V^2\hat{p}_t, \hat{u}_t) &= .06 \\ \text{Corr} (S\hat{s}_t, \hat{u}_t) &= .05 .\end{aligned}$$

Aunque distintas de cero, las correlaciones entre los estimadores son de todas formas pequeñas.

Desviación Típica de los Componentes

	$\sqrt{z_t^a}$	$\sqrt{p_t}$	$S s_t$	u_t
Componente	1.05	.67	1.38	.33
Estimador	.94	.48	.34	.19

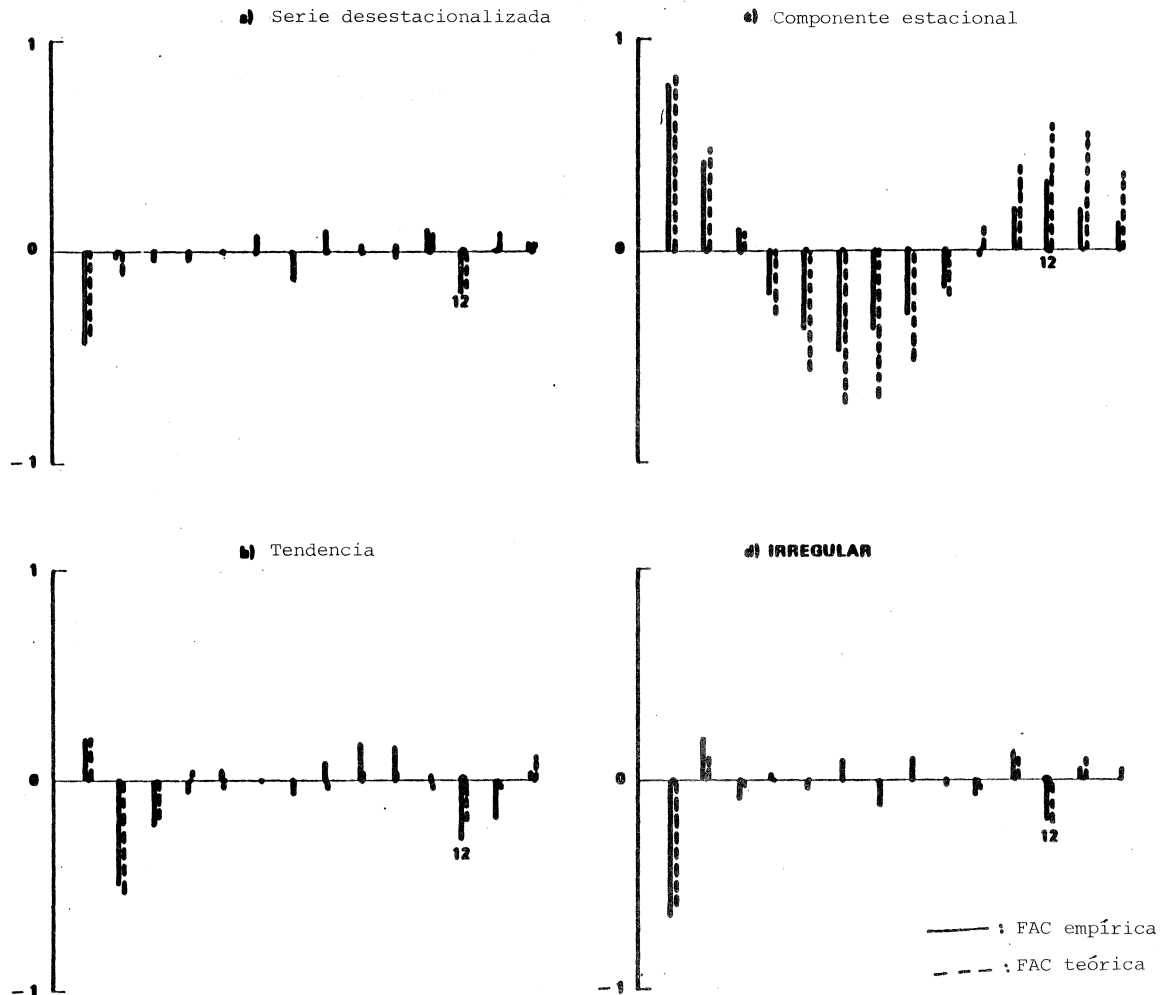
4. DIAGNOSTICO E INFERENCIA

4.1 Diagnóstico.

Una importante virtud de un método de estimación de componentes que se base en modelos es que proporciona las bases para diagnosticar los resultados, al permitir comparar los modelos teóricos con los resultados de la estimación. Como hemos visto, el modelo teórico a utilizar deberá ser el del estimador, que puede diferir considerablemente del componente.

Para el ejemplo que consideramos, la Figura 11 ofrece las FAC de las transformaciones estacionarias de los estimadores teóricos (las correspondientes a (3.9) y (3.11)), y las compara con las FAC obtenidas en la aplicación empírica. Ahora, para la serie desestacionalizada, la tendencia y el componente irregular, la FAC teórica y la empírica se parecen considerablemente. En el caso del componente estacional el parecido es menor, y la FAC teórica decrece más lentamente.

Para que la comparación de las dos FAC sea informativa, es preciso tener una idea de lo cerca que podemos esperar que pueda estar un ρ estimado para un componente del ρ del estimador teórico. Trescientas series independientes fueron generadas con el modelo de las líneas aéreas, con $\theta_1 = -.1915$, y $\theta_{12} = .6228$. Cada serie constaba de 156 observaciones. Se estimó la tendencia, el componente estacional, la serie desestacionalizada, y el componente irregular, y la varianza y la FAC de la transformación estacionaria de cada componente. Como ya mencionamos, las estimaciones obtenidas están contaminadas en los extremos por el hecho de reemplazar observaciones previas y futuras por sus esperanzas condicionales. Los resultados apenas variaban cuando se eliminaban años en ambos extremos, y los resultados que mencionamos a continuación se refieren a las series de estimaciones completas.



Los sesgos encontrados fueron pequeños, prácticamente cero para el estimador de ρ_1 y de la varianza, y ligeramente en aumento para ρ_k a medida que k se hacía mayor. El Cuadro 3 presenta los resultados de la simulación para las estimaciones de ρ_1 , ρ_{12} y de la desviación típica de la transformación estacionaria del estimador teórico. El Cuadro 3 presenta también los correspondientes valores teóricos y las estimaciones obtenidas para el ejemplo de la serie ALP.

La comparación de las dos últimas filas en a), b) y c) del Cuadro 3 ofrece un diagnóstico general de la adecuación de las estimaciones obtenidas al modelo de partida. Teniendo en cuenta los resultados de la simulación, las estimaciones de la serie desestacionalizada, de la tendencia y del componente irregular están claramente en consonancia con las propiedades de los estimadores teóricos. Para el componente estacional, sin embargo, tanto ρ_{12} como σ bordean la zona de la no-aceptabilidad.

Una simulación similar se realizó para series con $T=84$, aproximadamente la mitad del número de observaciones consideradas en nuestro ejemplo. Las estimaciones de los segundos momentos de las transformaciones estacionarias de los estimadores eran relativamente insesgadas y precisas. Por poner un ejemplo, para el componente irregular, la media de las estimaciones de ρ_1 , ρ_{12} y σ fueron, respectivamente, $-.59$ (desviación estándar $=.09$), $-.24$ (desviación estándar $=.10$), y $.18$ (desviación estándar $=.02$). La comparación, pues, de los segundos momentos teóricos y empíricos de los estimadores de los componentes ofrece un instrumento fácil de computar, de interés a la hora de evaluar los resultados. En el ejemplo que estamos considerando, la comparación nos lleva a una aceptación (no entusiasta) de los resultados.

Cuadro 3

Simulación

a) Autocorrelación de orden 1 (ρ_1)

	$\hat{v}^2 \hat{z}_t^a$	$\hat{v}^2 \hat{p}_t$	$s \hat{s}_t$	\hat{u}_t
Simulación (Error Estandar)	-.39 (.07)	.18 (.06)	.84 (.02)	-.59 (.06)
Estimador Teórico	-.40	.18	.83	-.60
Valor Estimado	-.44	.21	.81	-.64

b) Autocorrelación de orden 12 (ρ_{12})

	$\hat{v}^2 \hat{z}_t^a$	$\hat{v}^2 \hat{p}_t$	$s \hat{s}_t$	\hat{u}_t
Simulación (Error Estandar)	-.22 (.08)	-.22 (.08)	.52 (.16)	-.22 (.08)
Estimador Teórico	-.19	-.19	.62	-.19
Valor estimado	-.19	-.27	.31	-.18

c) Desviación Típica

	$\hat{v}^2 \hat{z}_t^a$	$\hat{v}^2 \hat{p}_t$	$s \hat{s}_t$	\hat{u}_t
Simulación (Error Estandar)	.96 (.04)	.49 (.03)	.33 (.06)	.19 (.01)
Estimador Teórico	.94	.48	.34	.19
Valor Estimado	.90	.44	.22	.18

4.2. Inferencias

Un tema de considerable interés aplicado (ver, por ejemplo, Bach et al, 1976 y Moore et al, 1981) es el error cometido al estimar componentes. En el ejemplo de la serie ALP, puesto que el seguimiento de su evolución dentro del año se realiza utilizando la serie desestacionalizada, para juzgar si el crecimiento es o no el deseado, es importante saber cual es la precisión de nuestras mediciones. En definitiva, el error de medición en la serie desestacionalizada implica por fuerza un intervalo de tolerancia alrededor de objetivos futuros (implícitos o explícitos) intraanuales. (Un análisis de la desestacionalización en el contexto de la política monetaria se encuentra en Maravall, 1981a y b). Un método de estimación basado en modelos ofrece los fundamentos para poder abordar el tema de una forma rigurosa (ver Pierce, 1979 y 1980, Hillmer, 1985 y Burridge y Wallis, 1985).

Existen varios tipos de errores implicados en la estimación de un componente. Consideremos el estimador \hat{z}_{it} dado por (3.1). Este es el estimador final de z_{it} , teóricamente disponible cuando se tiene una realización completa de z_t . El error

$$\delta_{it} = z_{it} - \hat{z}_{it} \quad (4.1)$$

se denomina "error en la estimación final". El segundo tipo de error se relaciona con la distorsión inducida en ambos extremos de la serie del estimador de un componente por el hecho de que, tal y como ya se mencionó en la subsección 3.1, no se disponen de observaciones previas ni de observaciones futuras. El perfil de los filtros v_p y v_s que aparece en la Figura 7 indica a simple vista que el peso asignado a la observación z_T en la estimación de p_t o s_t es despreciable cuanto T y t están separadas más de 5 años. Teniendo en cuenta la longitud de nuestra serie, la ausencia de observaciones previas afectará

tan solo a los primeros --ya lejanos-- años de la muestra. Nos centraremos en el error inducido por la ausencia de observaciones futuras, que denominaremos "error de revisión". (Estos dos tipos de error -en la estimación final y de revisión- no son los únicos existentes en las series de agregados monetarios, pero sí los dominantes, ver Pierce et al., 1981). Como muestra Pierce (1980), el error en la estimación final y el error de revisión son independientes, de manera que se analizarán los dos por separado.

a) Error en la Estimación Final.

Para el modelo de las líneas aéreas, consideremos el error en la estimación final del componente estacional

$$\delta_{st} = s_t - \hat{s}_t \quad (4.2)$$

Operando, resulta (utilizamos la notación simplificada de la Sección 3.1):

$$\delta_{st} = s_t - v_s z_t = (1 - v_s) s_t - v_s z_t^a, \quad (4.3)$$

donde v_s viene dado por (3.6b). La identidad (1.7), aplicada a la descomposición $z_t = z_t^a + s_t$, produce la ecuación (en términos de las innovaciones)

$$\theta a_t = S \lambda d_t + v^2 \beta c_t \quad (4.4)$$

Considerando que, en virtud de (3.6b)

$$1 - v_s = \frac{\theta \bar{\theta} - k_c \bar{\beta} v^2 \bar{v}^2}{\theta \bar{\theta}}, \quad (4.5)$$

igualando funciones de autocovarianza en ambos lados de (4.4), es inmediato que el numerador del lado derecho de (4.5) es igual a

$S\bar{S}\bar{\lambda}\bar{\lambda}k_d$. Teniendo en cuenta (2.5) y (2.8), (4.3) puede finalmente escribirse como

$$\delta_{st} = k_d \frac{\bar{S}\bar{\lambda}\bar{\lambda}\bar{\beta}}{\theta\bar{\theta}} c_t - k_c \frac{\bar{\beta}\bar{\beta}\bar{V}^2\bar{\lambda}}{\theta\bar{\theta}} d_t, \quad (4.6)$$

es decir, δ_{st} es la suma de medias móviles de las innovaciones en los componentes, que se extienden hacia el infinito en los dos sentidos. Nótese que la invertibilidad de z_t garantiza que δ_{st} es estacionario. Así, la diferencia de las dos series no-estacionarias s_t y \hat{s}_t produce una serie δ_{st} estacionaria; el componente y el estimador están pues, en terminología de Granger, co-integrados (si bien las raíces unitarias en s_t y \hat{s}_t son distintas de $B=1$).

Reescribiendo (4.6) como

$$\delta_{st} = \frac{\lambda\bar{\beta}}{\theta\bar{\theta}} h_t, \quad (4.7)$$

donde $h_t = k_d \bar{S}\bar{\lambda}c_t - k_c \bar{\beta}\bar{V}^2 d_t$, la función generadora de autocovarianzas de δ_{st} es igual a

$$FGAC(\delta_{st}) = \frac{\lambda\bar{\lambda}\bar{\beta}\bar{\beta}}{\theta^2\bar{\theta}^2} FGAC(h_t), \quad (4.8)$$

y es fácil ver que

$$FGAC(h_t) = k_d k_c [k_d \bar{S}\bar{\lambda}\bar{\lambda} + k_c \bar{\beta}\bar{\beta}\bar{V}^2], \quad (4.9)$$

En virtud de (4.4), el término entre paréntesis en el lado derecho de (4.9) es igual a $\theta\bar{\theta}$. Sustituyendo, pues, en (4.8), resulta

$$FGAC(\delta_{st}) = \frac{\lambda\bar{\lambda}\bar{\beta}\bar{\beta}}{\theta\bar{\theta}} k_d k_c$$

de donde δ_{st} sigue un proceso ARMA del tipo:

$$\theta \delta_{st} = \lambda \beta e_t, \quad (4.10)$$

donde e_t es ruido blanco con variancia $\sigma_e^2 = \sigma_d^2 \sigma_c^2$. En términos de la representación general (1.1), el resultado (4.10) puede expresarse de la siguiente forma. Supongamos que (sin pérdida de generalidad) nos interesa estimar el primer componente z_{1t} y escribimos (1.1) como

$$z_t = z_{1t} + Z_{1t},$$

donde $Z_{1t} = \sum_{j \neq 1} z_{jt}$ representa la suma de los demás componentes. Puesto que todos ellos siguen modelos ARIMA, Z_{1t} será también un ARIMA del tipo

$$\phi_1^* Z_{1t} = \theta_1^* g_t,$$

donde g_t es ruido blanco, ϕ_1^* es el polinomio autorregresivo dado en (1.8) y θ_1^* es una media móvil que se obtiene a partir de los modelos para los componentes. Si δ_{1t} representa el error en la estimación final de z_{1t} , entonces sigue el modelo

$$\theta \delta_{1t} = \theta_1 \theta_1^* \epsilon_t,$$

donde ϵ_t es ruido blanco, con $\sigma_\epsilon^2 = \sigma_1^2 \sigma_g^2 / \sigma_a^2$. Nótese que el error de estimación final de cualquier componente es un ARMA, con polinomio autorregresivo siempre igual al polinomio de media móvil del modelo observado para z_t y, por ser este invertible, el error será siempre estacionario.

Aplicando el resultado al estimador final de la tendencia en el modelo de las líneas aéreas, resulta

$$\theta \delta_{pt} = \alpha \theta^* n_t,$$

donde θ^* y σ_n^2 se obtienen a partir de la representación ARMA de $(s_t + u_t)$, que será la solución del sistema de ecuaciones de covarianza asociado con $\theta^* n_t = \beta b_t + S u_t$.

En consecuencia, tanto el error en el estimador final de la serie desestacionalizada como el error en la estimación de la tendencia siguen procesos ARMA (13,13), estacionarios, con polinomio autorregresivo $(1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})$. Sus FAC figuran en el Cuadro 4 y ambas resultan muy semejantes. Estas FAC son necesarias para calcular los errores de medición en las diversas tasas de crecimientos de los componentes.

El Cuadro 5 muestra las varianzas del error de estimación final de la tendencia y de la serie desestacionalizada para el ejemplo que estamos analizando. Ambas son de un orden de magnitud similar y la desviación típica del error viene a ser del orden del 50% de la desviación típica del error de predicción de la serie z_t un período por delante. Conviene resaltar que, a pesar de que el error en el estimador final de la serie desestacionalizada es grande, la precisión de la estimación no mejora nada si se utiliza, en su lugar, la tendencia.

b) Error de Revisión

Como vimos en la Sección 3, con objeto de calcular \hat{z}_{it} por medio de (3.3), es preciso disponer de una realización completa $\{z_t\}$. Como consecuencia, en el momento T, cuando la última observación disponible es z_T , la estimación de z_{it} para t cercano a T requiere observaciones futuras de z. Como ya mencionamos, un estimador preliminar puede obtenerse aplicando (3.3) a la serie extendida: $z_1, \dots, z_T, \hat{z}_T(1), \hat{z}_T(2), \dots$, donde $\hat{z}_T(j)$ representa la predicción de z_{T+j} hecha en T. Se sigue que el estimador preliminar será objeto de revisiones ya que, a medida que se obtengan nuevas observaciones, las predicciones se pondrán al día y, finalmente, serán reemplazadas por

FAC de los Errores de Estimación

a) Serie Desestacionalizada

Retardo	Error de Estimación final	Error de Revisión
1	.67	.67
2	.28	.32
3	-.03	.03
4	-.25	-.20
5	-.39	-.35
6	-.45	-.43
7	-.43	-.44
8	-.34	-.37
9	-.17	-.22
10	.06	.01
11	.36	.33
12	.63	.63

b) Tendencia

Retardo	Error de Estimación Final	Error de Revisión
1	.68	.61
2	.24	.35
3	-.01	.07
4	-.20	-.13
5	-.32	-.28
6	-.37	-.36
7	-.35	-.38
8	-.27	-.34
9	-.13	-.22
10	.07	.04
11	.30	.24
12	.43	.47

Cuadro 5

Varianza de los Errores de Estimación

	Error de Revisión	Error en el esti- mador final	Error total de estima- ción
Tendencia	.231	.217	.448
Serie Desestacionalizada	.197	.184	.381

observaciones. La diferencia entre los estimadores preliminar y final representa un error de medida en la estimación preliminar que denominaremos error de revisión. Un estudio empírico de las revisiones en las series desestacionalizadas de agregados monetarios en EEUU y de su efecto sobre el control monetario se encuentra en Maravall y Pierce (1983) y (1986).

Consideremos primero la estimación de z_{it} en t (la estimación contemporánea). La revisión en el estimador, \hat{z}_{it}^0 , es

$$r_{it}^0 = \hat{z}_{it} - \hat{z}_{it}^0 = \sum_{j=1}^{\infty} v_j (z_{t+j} - \hat{z}_t(j)) = \sum_{j=1}^{\infty} v_j e_t(j) \quad , \quad (4.11)$$

donde $e_t(j)$ representa el error de predicción de z j períodos por delante. De (1.4),

$$e_t(j) = a_{t+j} + \sum_{k=1}^{j-1} \psi_k a_{t+j-k} \quad ,$$

y, por tanto, (4.11) puede reescribirse como una media móvil de innovaciones futuras a_{t+1} , a_{t+2} , ... Una manera más directa, sin embargo, de obtener esta media móvil es a través del modelo que derivamos para el estimador, dado por (3.7) y (3.8):

$$\hat{z}_{it} = \zeta_i(B,F) a_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \zeta_{ij} a_{t+j} \quad , \quad (4.12)$$

Puesto que $E_t a_{t-j} = a_t$ para $j \geq 0$, y $E_t a_{t+j} = 0$ para $j > 0$, se sigue que

$$\hat{z}_{it}^0 = E_t \hat{z}_{it} = \sum_{j=-\infty}^0 \zeta_{ij} a_{t+j} \quad , \quad (4.13)$$

y, restando (4.13) de (4.12), la revisión es igual a

$$r_{it}^0 = \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_{ij} a_{t+j} = \zeta_i(F) a_{t+1} \quad . \quad (4.14)$$

A partir de (4.14) es posible derivar las propiedades de los errores de revisión (ver Maravall, 1986b).

De forma análoga, (4.12) puede utilizarse para derivar la revisión en cualquier estimador preliminar, no necesariamente el contemporáneo. Si \hat{z}_{it}^n representa el estimador de z_{it} obtenido en $t+n$, ($n \geq 0$), entonces

$$\hat{z}_{it}^n = E_{t+n} \hat{z}_{it} = \sum_{j=-\infty}^n \zeta_{ij} a_{t+j} .$$

y la revisión en el estimador preliminar resulta

$$r_{it}^n = \hat{z}_{it} - \hat{z}_{it}^n = \sum_{j=n+1}^{\infty} \zeta_{ij} a_{t+j} . \quad (4.15)$$

Dado que el filtro $\zeta_i(B,F)$ es convergente en F , la revisión es pues un proceso estacionario. La ecuación (4.15) implica que el cambio en la revisión cuando el período de estimación pasa de T a $T+n$ es una media móvil de orden $(n-1)$ (ver Pierce, 1980), y la puesta al día de una estimación cuando una nueva observación resulta disponible equivale a sumar la última innovación en z multiplicada por el correspondiente peso ζ_i .

Para el caso del modelo de las líneas aéreas, de (2.7),

$$\zeta_p(B,F) = \frac{\alpha(B) \eta_p(F)}{v^2} ; \quad \zeta_s(B,F) = \frac{\beta(B) \eta_s(F)}{s} , \quad (4.16)$$

donde $\eta_p(F)$ y $\eta_s(F)$ son los dados en (3.10). Para el ejemplo que estamos considerando, el Cuadro 6 muestra las varianzas de la revisión en el estimador contemporáneo y de las revisiones después de uno, dos, tres, cuatro y cinco años adicionales de datos. Se observa que, después de cinco años, las revisiones en la tendencia y en la serie desestacionalizada son despreciables y los filtros pueden, pues, truncarse sin problema. De hecho, más del 95% de la varianza de la revisión en el estimador contemporáneo de ambos componentes se completa en los tres primeros años.

Cuadro 6

Varianza del Error de Revision

	r_t^0	r_t^{12}	r_t^{24}	r_t^{36}	r_t^{48}	r_t^{60}
Revisión en la tendencia	.231	.061	.024	.009	.004	.001
Revisión en la serie desestacionalizada	.197	.077	.033	.012	.005	.002

El Cuadro 5 indica que el error de revisión del estimador de la tendencia es ligeramente mayor que el correspondiente a la serie desestacionalizada. Para ambos componentes, el error de revisión es ligeramente mayor que el error en la estimación final. De todas formas, el orden de magnitud del error es, en todos los casos, similar: su desviación típica viene a ser la mitad de la de la innovación en la serie observada.

Una implicación de los resultados anteriores es la siguiente. En relación con la conducción de la política monetaria a corto plazo, Maravall y Pierce (1986) recientemente concluían: "... ¿porqué tanto énfasis en desestacionalizar? Quizás la atención debería desviarse hacia la estimación de una señal más suave y menos afectada por revisiones (posiblemente algún tipo de tendencia)". Para el caso de los ALP, la tendencia ciertamente produce una señal más suave, pero ni está sujeta a menores revisiones, ni se estima con más precisión. De hecho, el estimador de la tendencia es ligeramente peor en lo que se refiere a ambos tipos de errores.

Finalmente, la desestacionalización de los agregados monetarios en España se realiza una vez al año (al comienzo) en lugar de una vez al mes (es decir, de forma contemporánea). Esto implica el uso de factores estacionales proyectados para los meses del año entrante. Las varianzas de los errores de revisión para estos factores aparecen en el Cuadro 7. La desestacionalización contemporánea supone una mejoría equivalente a, aproximadamente, una reducción del 15% en la varianza del error de estimación total.

5. UN COMENTARIO FINAL: INTERVALOS DE CONFIANZA Y TASAS DE CRECIMIENTO.

Hemos analizado la descomposición aditiva del logaritmo de la serie ALP. El componente estacional obtenido es, por tanto, el log del factor estacional utilizado en la práctica. El Cuadro 8 muestra los

Cuadro 7

Varianza del Error de Revisión:
Serie Desestacionalizada

Revisión en la proyección del componente	Varianza
Contemporáneo	.197
1 mes adelante	.215
2 " "	.246
3 " "	.265
4 " "	.274
5 " "	.278
6 " "	.279
7 " "	.279
8 " "	.282
9 " "	.289
10 " "	.305
11 " "	.331

Cuadro 8

Intervalo de confianza alrededor
de un factor estacional igual a 100

Nivel de confianza	Estimador contemporáneo	Estimador final
95%	99.54 , 100.46	99.68 , 100.32
67%	99.78 , 100.23	99.84 , 100.16

Intervalos de Confianza (I.C.), al 95% y al 67%, para un factor estacional estimado igual a 100. Se observa que la anchura del I.C. al 95% para el estimador contemporáneo representa casi el 1% del nivel de la serie. En el otro extremo, para el I.C. al 67% alrededor del estimador final, la anchura se reduce a .32%.

Puesto que los objetivos y el seguimiento de la oferta monetaria se realizan sobre tasas de crecimiento, y no sobre niveles, tiene interés estudiar el efecto del error de medición en los niveles sobre dichas tasas de crecimiento. La tasa más utilizada es la tasa mensual de crecimiento de la serie mensual (anualizada y expresada en puntos porcentuales de crecimiento); esta tasa se denomina T_1^1 . Linearizando T_1^1 (ver Apéndice B) y utilizando los Cuadros 4 y 5, las varianzas de los errores de medición pueden calcularse, y el Cuadro 9 presenta el I.C. al 95% para el estimador contemporáneo y final de la tasa T_1^1 de la serie desestacionalizada y de la tendencia. Aproximadamente, el intervalo asociado con el estimador contemporáneo es del orden de ± 5 puntos porcentuales, que se reduce a ± 3 puntos cuando se dispone del estimador final. Si, por ejemplo, la tasa T_1^1 medida para el último mes es del 12%, el error de medición implícito significa que esta medición es compatible (al 95% de confianza) con un crecimiento real subyacente entre el 7% y el 17%, aproximadamente. En otras palabras, si el objetivo (explícito o implícito) para el mes actual es del 12%, una medición entre el 7% y el 17% podría considerarse compatible con el objetivo. La anchura de estos intervalos es, sin duda, mayor que la de los intervalos de tolerancia que se utilizan habitualmente en la práctica. Es obvio que operar con niveles de confianza menores disminuye la anchura del I.C.: por ejemplo, los I.C. al 67% serían aproximadamente la mitad de los que aparecen en el Cuadro 9.

Puesto que la tasa T_1^1 de la serie desestacionalizada o de la tendencia está sujeta a errores de medición grandes, tiene interés disminuir la poca fiabilidad que estas tasas presentan. La imprecisión

Cuadro 9

Intervalo de confianza para la tasa mensual
de crecimiento T_1^1
(nivel de confianza del 95%)

	Estimador contemporáneo	Estimador final
Serie Desestacionalizada	<u>+4.45</u>	<u>+3.09</u>
Tendencia	<u>+5.02</u>	<u>+3.31</u>

en la medición -queremos insistir- es fundamentalmente resultado del carácter estocástico intrínseco de la serie, y no de insuficiencias en el método de estimación (a este respecto, en Maravall, 1980, se muestra como, para una serie del tipo de la que aquí se analiza, el error de estimación de la estacionalidad es mayor que la diferencia producida por cambios (razonables) en el método de desestacionalización). Una forma de atenuar la poca fiabilidad es promediar tasas T_1^1 consecutivas. Para la serie desestacionalizada, la Figura 12 muestra el número de meses necesario para concluir que un objetivo no se está cumpliendo, en función de la desviación media con respecto al objetivo. Así, por ejemplo, si la desviación media es 1.5%, al 67% de confianza debe haber sucedido a lo largo de un período de algo más de dos meses para concluir que el crecimiento real es significativamente distinto del objetivo. Si el nivel de confianza se eleva al 95%, la desviación media debe abarcar al menos un período de 5 meses.

De forma alternativa, tasas distintas a la T_1^1 también se utilizan. De todas ellas, la más importante es la tasa mensual de crecimiento de una media móvil de tres meses, anualizada y expresada en tanto por cien. Esta es la tasa T_1^3 y, de nuevo, aproximándola linealmente (ver Apéndice B) y utilizando los Cuadros 4 y 5, es posible estimar el error de medición asociado. El Cuadro 10 muestra los I.C. al 95% para las T_1^3 estimadas para la serie desestacionalizada y la tendencia. La anchura de estos intervalos representa entre el 55% y el 60% de la anchura de los intervalos para la tasa T_1^1 .

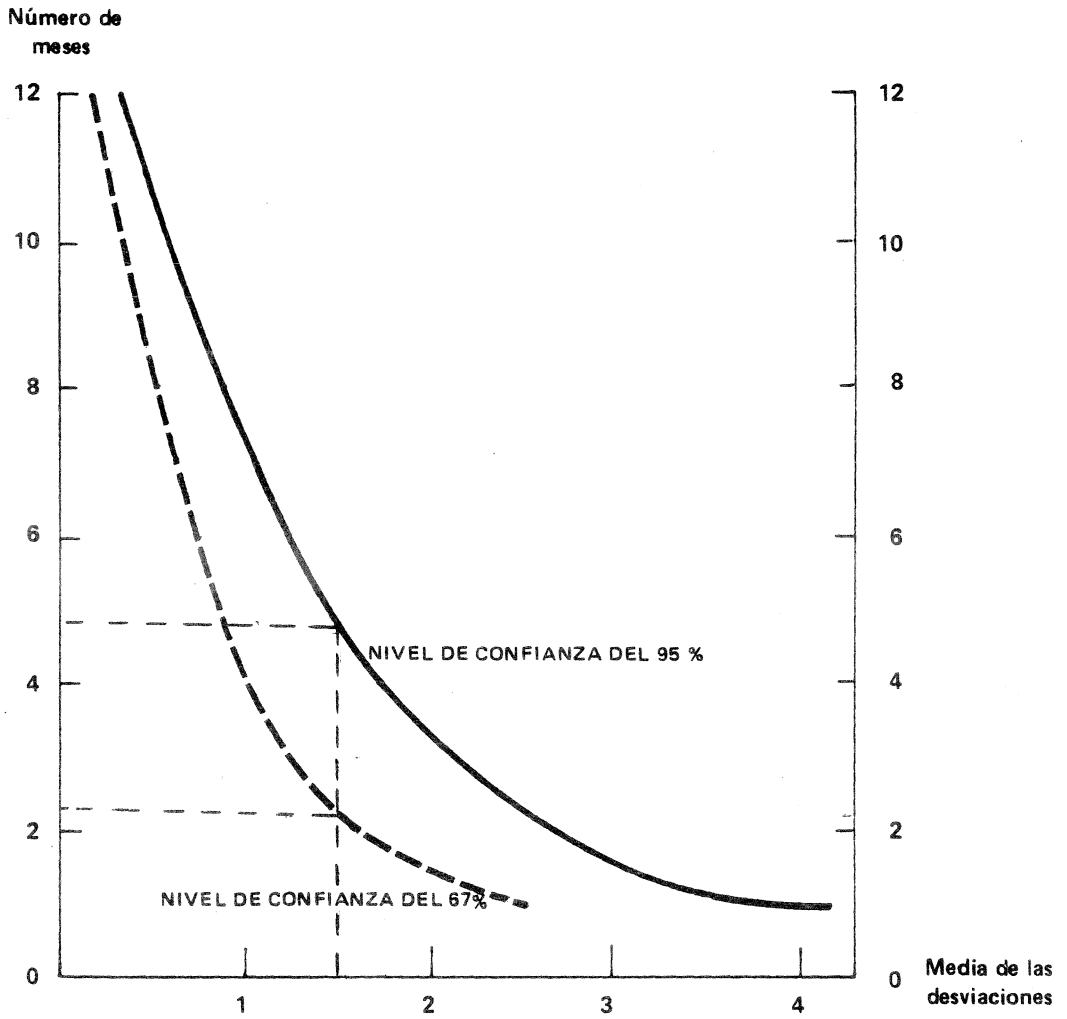
Finalmente, hemos destacado el problema que los errores de medición producen en la implementación de la política monetaria. Por supuesto, los errores de medición tienen también otro tipo de efectos, como por ejemplo, alterar la identificación de relaciones entre variables (ver, por ejemplo, Maravall, 1979). En términos de las series históricas, tiene interés señalar que la desviación típica del error de estimación final de la serie desestacionalizada o de la tendencia, estimación disponible al cabo de 3-5 años, representa aproximadamente un crecimiento anual del 1%; un porcentaje pequeño, aunque no despreciable.

Cuadro 10

Intervalo de confianza para la tasa de
crecimiento de una media móvil
de tres meses (T_1^3)
(nivel de confianza del 95%)

	Estimador contemporáneo	Estimador final
Serie Desestacionalizada	+2.58	+1.82
Tendencia	+2.76	+1.96

EFFECTO DE PROMEDIAR TASAS T_1^1



APENDICE A

ESTIMADOR CON ERROR CUADRATICO MEDIO MINIMO DE UN SEÑAL EN UNA SERIE TEMPORAL.

A.1. Introducción

En el comienzo de la sección 3 se afirmaba que, si una serie z_t , que puede expresarse como el filtro lineal (1.4), es la suma de un componente z_{it} , que puede expresarse como el filtro lineal (1.2), y un resto ortogonal a dicho componente, el estimador con error cuadrático medio (ECM) mínimo de z_{it} (cuando el universo de información es una realización completa de z_t) viene dado por la expresión (3.1). La derivación original de este resultado para series estacionarias se encuentra en Kolgomorov (1941) y Weiner (1949) y, a pesar de la importante aportación de Whittle (1963), la prueba del resultado no resulta de fácil acceso.

Por otra parte, el resultado (3.1) es atractivo debido a la sencillez del filtro (fácilmente computable) y al hecho de que, tal como observaron Cleveland y Tiao (1976), su optimalidad se mantenía para realizaciones incompletas simplemente sustituyendo las observaciones ausentes por sus predicciones (fácilmente calculables por medio de (1.4)). Su gran limitación cara a la aplicación práctica residía en el supuesto de estacionariedad, ya que la gran mayoría de las series económicas son no-estacionarias. La demostración de que el resultado (3.1) sigue siendo válido para series no-estacionarias aparece en densos artículos de Cleveland y Tiao (1976) y de Bell (1984).

En las páginas que siguen presentaremos una prueba sencilla de (3.1) para el caso estacionario primero, y mostraremos, con un ejemplo concreto, como la prueba se extiende de forma casi inmediata al caso no-estacionario. En ambos casos, el modelo de referencia es el siguiente (para eliminar subíndices, la notación varía ligeramente con respecto a la usada anteriormente):

Una serie z_t puede expresarse como la suma de dos componentes ortogonales:

$$z_t = s_t + n_t , \quad (A.1)$$

donde s_t es la "señal" y n_t el resto. La serie observada y la señal siguen los procesos lineales

$$z_t = \psi(B) a_t \quad (A.2)$$

$$s_t = \psi_s(B) c_t \quad (A.3)$$

Dada una serie temporal completa para z_t , sea \hat{s}_t cualquier estimador lineal, que representaremos por

$$\hat{s}_t = v(B) z_t \quad (A.4)$$

Nos interesa el estimador \hat{s}_t con el error cuadrático medio $E(s_t - \hat{s}_t)^2$ mínimo, dentro de la clase de los estimadores lineales.

A.2. Caso Estacionario

De (A.4) y (A.2),

$$\begin{aligned} (s_t - \hat{s}_t)^2 &= [s_t - v(B)z_t]^2 = [s_t - v(B)\psi(B)a_t]^2 = \\ &= s_t^2 + [\lambda(B)a_t]^2 - 2s_t\lambda(B)a_t , \end{aligned} \quad (A.5)$$

donde

$$\lambda(B) = v(B)\psi(B) . \quad (A.6)$$

Tomando esperanzas en (A.5) ,

$$\begin{aligned} \text{ECM} &= E(s_t - \hat{s}_t)^2 = V(s_t) + E[\lambda(B)a_t]^2 - 2E[s_t \lambda(B)a_t] = \\ &= V(s_t) + \sigma_a^2 \sum_j \lambda_j^2 - 2 \sum_j \lambda_j E(s_t a_{t-j}) . \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Sumando y restando $\sum_j [E(s_t a_{t-j})]^2 / \sigma_a^2$ a la derecha de (A.7), los tres términos intermedios pueden expresarse como un cuadrado perfecto, y resulta:

$$\begin{aligned} \text{ECM} &= V(s_t) + \sum_j [\sigma_a^2 \lambda_j - E(s_t a_{t-j})]^2 / \sigma_a^2 - \\ &\quad - \sum_j [E(s_t a_{t-j})]^2 / \sigma_a^2 . \end{aligned}$$

Queremos minimizar esta expresión con respecto a $v(B)$. El primer y el tercer sumando no dependen de $v(B)$; sólo depende el segundo a través de $\lambda(B)$. Por tanto, minimizar ECM equivale a buscar

$$\min_{\lambda} \sum_j [\sigma_a^2 \lambda_j - E(s_t a_{t-j})]^2 .$$

Puesto que se trata de una suma de números no-negativos, el mínimo se alcanza para

$$\lambda_j = E(s_t a_{t-j}) / \sigma_a^2 \quad (\text{A.8})$$

Dado que los a_t 's no están correlacionados, la expresión (A.8) indica que los λ_j son simplemente los coeficientes de regresión en la proyección $s_t = \sum_j \lambda_j a_{t-j}$.

Sea $\gamma_{sa}(b)$ la función generadora de covarianzas cruzadas entre s y a . Es decir

$$\gamma_{sa}(B) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j B^j , \quad (\text{A.9})$$

donde $\gamma_j = E(s_t a_{t-j})$. La expresión (A.8), para todo j , se transforma en

$$\lambda(B) = \gamma_{sa}(B) / \sigma_a^2 ,$$

y, considerando (A.5), se obtiene

$$v(B) = \frac{1}{\sigma_a^2} \frac{\gamma_{sa}(B)}{\psi(B)} \quad (A.10)$$

De (A.3), es inmediato que

$$\gamma_{sa}(B) = \psi_s(B) \gamma_{ca}(B), \quad (A.11)$$

donde $\gamma_{ca}(B)$ es la función generadora de covarianzas entre c y a (similar a (A.9), con s_t sustituido por c_t). Utilizando (A.11), (A.10) se convierte en

$$v(B) = \frac{1}{\sigma_a^2} \frac{\psi_s(B)}{\psi(B)} \gamma_{ca}(B) \quad (A.12)$$

De (A.1), (A.2) y (A.3) se obtiene, despejando para a_t

$$a_t = \frac{\psi_s(B)}{\psi(B)} c_t + \frac{1}{\psi(B)} n_t \quad (A.13)$$

Sea

$$h(B) = \psi_s(B)/\psi(B) \quad (A.14)$$

En (A.13), la ortogonalidad de n_t y c_t , y el hecho de que este último sea ruido blanco, implican que

$$\gamma_{ac}(B) = h(B) \sigma_c^2. \quad (A.15)$$

Como, por definición de función generadora de covarianzas cruzadas, el coeficiente de B^j en $\gamma_{ac}(B)$ es el coeficiente de B^{-j} en $\gamma_{ca}(B)$, resulta $\gamma_{ac}(B) = \gamma_{ca}(F)$. Es decir, (A.15) puede reescribirse

$$\gamma_{ca}(B) = h(F) \sigma_c^2 \quad (A.16)$$

Considerando (A.14) y utilizando (A.16) en (A.12), resulta finalmente

$$v(B) = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_a^2} \frac{\psi_s(B) \psi_s(F)}{\psi(B) \psi(F)}, \quad (A.17)$$

que es igual a (3.1) y, por tanto, el resultado que queríamos demostrar. La optimalidad de (A.17) está condicionada al supuesto de que el universo de información se limita a la serie univariante, y, de hecho, en la práctica, la desestacionalización se realiza siempre por métodos univariantes. Para ver bajo que condiciones esto es apropiado en series económicas ver Maravall (1983b), donde se observa que la oferta monetaria cumple estas condiciones.

A.3 Caso No-estacionario

El filtro $v(B)$ definido por (3.1) es sencillamente igual a la función generadora de autocovarianzas de la señal dividida por la de la serie observada. La demostración que realizamos en la sección anterior se basaba de hecho en el comportamiento de funciones de covarianzas de series estacionarias. Como ya mencionamos, las pruebas existentes de la extensión de (3.1) al caso no-estacionario son relativamente complicadas. En mi opinión, hay un modo de ver el problema que simplifica la demostración y que resulta intuitivo.

Al igual que en la Sección (3.1), para simplificar la notación, representemos un polinomio en B simplemente por la letra griega. También, cuando B se sustituya por F , la letra griega que representa al polinomio llevará una barra encima. Así, por ejemplo, $\psi = \psi(B)$ y $\bar{\psi} = \psi(F)$.

En el caso estacionario, los polinomios ψ y ψ_s de (A.2) y (A.3) son convergentes. Para nuestros efectos, en el caso no-estacionario, podemos suponer que z_t y s_t están representados por los procesos

$$\delta z_t = \psi a_t \quad (\text{A.18})$$

$$\delta_s s_t = \psi_s c_t, \quad (\text{A.19})$$

donde δ y δ_s contienen las raíces no-estacionarias y los polinomios ψ y ψ_s son convergentes. El filtro (A.17) se convierte en

$$v = k_c \frac{(\psi_s / \delta_s)(\bar{\psi}_s / \bar{\delta}_s)}{(\psi / \delta)(\bar{\psi} / \bar{\delta})} \quad (\text{A.20})$$

Puesto que $z_t = s_t + n_t$, (A.18) y (A.19) implican que δ_s es divisor de δ . Podemos escribir, pues, $\delta = \delta_s \delta_n$, y suponer que δ_s y δ_n no comparten raíces en común (obviamente, no tendría sentido, por ejemplo, que el espectro de una serie desestacionalizada presentase un pico infinito para una frecuencia estacional). El filtro (A.20) se transforma, por tanto, en

$$v = k_c \frac{\psi_s \delta_n \bar{\psi}_s \bar{\delta}_n}{\psi \bar{\psi}} \quad (\text{A.21})$$

Puesto que (A.21) es la FAC de un modelo ARMA con polinomio autorregresivo ψ , teniendo en cuenta (1.5), la invertibilidad de z_t garantiza la estacionariedad de ese modelo. Por tanto, el filtro (A.21) convergerá aún cuando los procesos sean no-estacionarios.

Las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3) implican que n_t sigue también un proceso ARIMA, con polinomio autorregresivo δ_n , y que representaremos por

$$\delta_n n_t = \psi_n b_t, \quad (\text{A.22})$$

donde b_t es ruido blanco, ortogonal a c_t . Consideremos el estimador de la señal:

$$\hat{s}_t = v z_t,$$

con v definido por (A.21). El ECM de \hat{s}_t viene dado por

$$\begin{aligned} \text{ECM} &= E(s_t - \hat{s}_t)^2 = E\{(1-v)s_t - vn_t\}^2 = \\ &= E\left\{(1-v) \frac{\psi_s}{\delta_s} c_t - v \frac{\psi_n}{\delta_n} b_t\right\}^2. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Multiplicando los dos miembros de (A.1) por δ y considerando (A.2), (A.3) y (A.22), se obtiene

$$\psi a_t = \delta_n \psi_s c_t + \delta_s \psi_n b_t.$$

Puesto que las funciones generadoras de autocovarianzas de los dos lados de esta expresión han de ser iguales, resulta (sin pérdida de generalidad, suponemos $\sigma_a^2=1$),

$$\psi \bar{\psi} - k_c \psi_s \delta_n \bar{\psi}_s \bar{\delta}_n = k_b \psi_n \delta_s \bar{\psi}_n \bar{\delta}_s,$$

y, teniendo en cuenta (A.21), se obtiene

$$1-v = k_c \frac{\psi_s \delta_n \bar{\psi}_s \bar{\delta}_n}{\psi \bar{\psi}}. \quad (\text{A.24})$$

Utilizando (A.21) y (A.24) en (A.23), resulta:

$$\text{ECM} = E\left\{k_b \frac{\psi_n \psi_s \bar{\psi}_n \bar{\delta}_s}{\psi \bar{\psi}} c_t - k_c \frac{\psi_s \psi_n \bar{\psi}_s \bar{\delta}_n}{\psi \bar{\psi}} b_t\right\}^2.$$

Las raíces no-estacionarias δ_s y δ_n de los denominadores de la derecha de (A.23) han desaparecido y el ECM resulta ser la varianza de la diferencia de dos medias móviles convergentes ortogonales. En consecuencia el ECM de \hat{s}_t es finito.

Para simplificar, supongamos que sólo existe una raíz no-estacionaria, V , de modo que $\delta_s = V$ y $\delta_n = 1$, y veamos la raíz $V=1-B$ como el límite de $(1-\phi B)$ cuando $\phi \rightarrow 1$. Puesto que v , definido por (3.1) (o, equivalentemente, por (A.17)), minimiza el ECM cuando $\phi = .9, .99, .999$, etc., es intuitivo que también lo minimice para $\phi = 1$, dado que tanto v como ECM son funciones continuas en $\phi = 1$. Aunque la idea es simple, la prueba general (que incluya cualquier conjunto de raíces unitarias, tanto reales como complejas) necesita una terminología engorrosa. A continuación, detallamos la prueba para el ejemplo sencillo de la descomposición de un AR(1) en señal más ruido.

A.4. Un Ejemplo

Supongamos que una serie observada, que sigue el modelo AR(1)

$$(1-\phi B) z_t = a_t \quad a_t \sim \text{niid}(0,1), \quad \phi \in [0,1] \quad (\text{A.25})$$

puede descomponerse en:

$$z_t = s_t + u_t \quad (\text{A.26})$$

donde s_t y u_t son independientes y éste último es ruido blanco. La descomposición canónica viene dada por los modelos (ver Maravall, 1984)

$$(1-\phi B)s_t = (1+B)b_t \quad u_t \sim \text{niid}(0, \sigma_u^2) \quad (\text{A.27})$$

$$\sigma_b^2 = \phi / (1+\phi)^2 ; \quad \sigma_u^2 = 1 / (1+\phi)^2 \quad (\text{A.28})$$

(Escogemos la descomposición canónica simplemente para ilustrar la demostración, que permanece prácticamente invariable para cualquier otra descomposición admisible que se escoja). La Figura 13 muestra, en el dominio de las frecuencias, la descomposición canónica en señal más ruido. Sea

$$\hat{s}_t = v(B) z_t \quad ; \quad v(B) = \sum v_j B^j \quad . \quad (A.29)$$

cualquier estimador lineal de s_t . (En esta sección, todos los sumatorios se extienden de $-\infty$ a $+\infty$). El ECM de \hat{s}_t es la función

$$ECM(\phi, v) = E \left\{ \left[\frac{1+B}{1-\phi B} b_t - v(B) u_t \right]^2 \right\} \quad (A.30)$$

donde v representa ahora un vector con elementos los coeficientes de $v(B)$. De (A.30) se desprende que el ECM es finito, incluso para el caso no-estacionario, cuando el filtro $v(B)$ cumple las dos condiciones

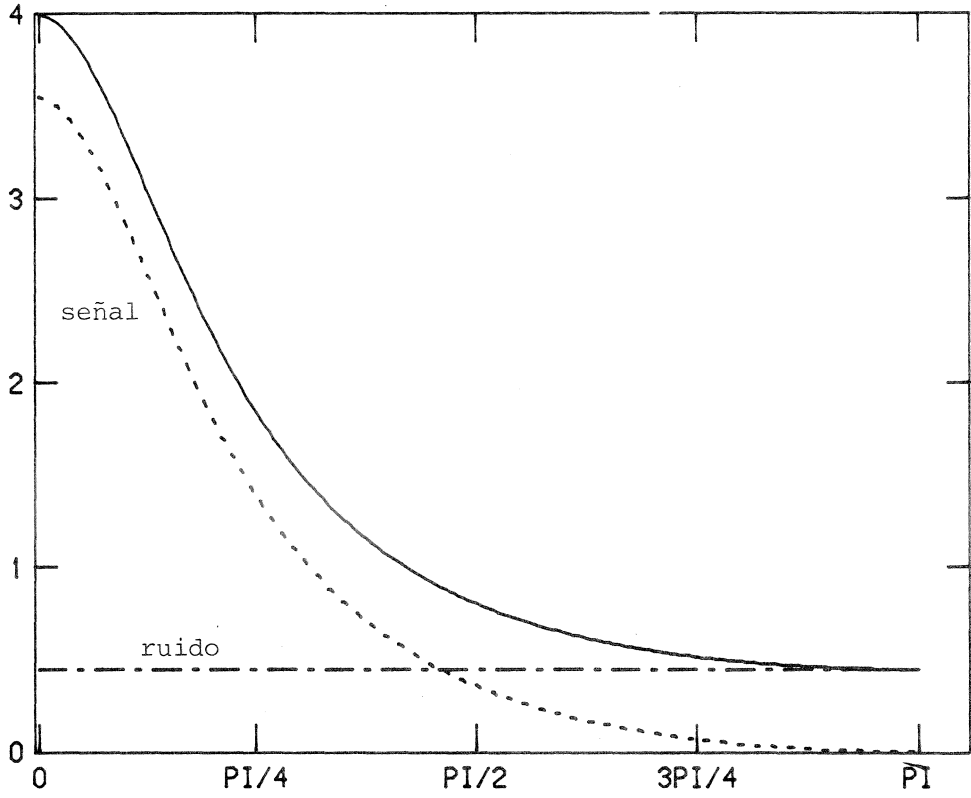
$$(A) \sum v_j^2 < \infty$$

$$(B) 1-v(B) = (1-\phi B) \omega(B) \quad , \quad (A.31)$$

Sea H el conjunto de valores (ϕ, v) tales que $\phi \in [0, 1]$ y $v(B)$ produce un ECM finito. (Para cualquier valor de ϕ en ese intervalo, H no es un conjunto vacío. Esto es obvio para $\phi \in [0, 1)$; para $\phi=1$, es fácil ver que el ECM asociado por ejemplo con el filtro (A.17) es igual a $\sigma_a^2/8$ y, por tanto, finito). La condición (B) nos dice que $(1-\phi B)$ es divisor de $1-v(B)$. Eliminando, pues, esa raíz, el vector v , con elemento (v_i) , se sustituye por w , con elemento (w_i) . En consecuencia,

$$ECM(\phi, w) = E \{ \lambda(B) b_t - v(B) u_t \}^2 = \sigma_b^2 \sum \lambda_j^2 + \sigma_u^2 \sum v_j^2 \quad (A.32)$$

Descomposición Canónica de un AR(1)



_____ : serie
- - - - : componentes

donde los coeficientes en $\lambda(B)$ y $v(B)$ vienen dados por

$$\lambda_0 = 1 - (\omega_0 + \omega_{-1})$$

$$\lambda_j = \omega_j + \omega_{j-1} \quad (j \neq 0).$$

$$v_0 = 1 - (\omega_0 - \phi \omega_{-1})$$

$$v_j = \omega_j - \phi \omega_{j-1} \quad (j \neq 0).$$

y son por tanto funciones continuas de (ϕ, w) en H . Puesto que σ_b^2 y σ_u^2 , según (A.28), son también funciones continuas de ϕ , (A.32) implica el siguiente resultado:

(R1): $ECM(\phi, w)$ es una función continua de ϕ y w .

Consideremos el filtro (A.17), que representa el filtro con ECM mínimo para el caso $\phi \in [0, 1)$. Para el modelo dado por las ecuaciones (A.25)-(A.28), el filtro se convierte en

$$v_0(B) = \sigma_b^2 (1+B)(1+F) = \frac{\phi}{(1+\phi)^2} (1+B)(1+F) \quad (A.33)$$

Es inmediato ver que $v_0(B)$ satisface la condición (A). Tomando diferencias en (A.26) e igualando las funciones generadoras de autocovarianzas del lado derecho e izquierdo se obtiene la identidad

$$1 = (1+B)(1+F)\sigma_b^2 + (1-\phi B)(1-\phi F)\sigma_u^2,$$

de donde resulta:

$$1 - v_0(B) = (1-\phi B)(1-\phi F)\sigma_u^2, \quad (A.34)$$

y, por tanto, la condición (B) también se satisface. De (A.31) y (A.34) se deduce que el filtro $\omega(B)$ viene dado por

$$\omega_0(B) = (1-\phi F)\sigma_u^2 \quad (A.35)$$

donde σ_u^2 viene dado por (A.28). El vector w contiene solamente dos elementos distintos de cero, correspondientes a:

$$\omega_{-1} = -\phi/(1+\phi)^2 \quad ; \quad \omega_0 = 1/(1+\phi)^2 \quad (A.36)$$

Representemos este vector por $w_0(\phi)$. Las expresiones en (A.36) implican el siguiente resultado:

(R2): $w_0(\phi)$ es una función continua en $\phi \in [0,1]$.

Nuestra intención es demostrar que $w_0(\phi)$ sigue produciendo el ECM mínimo para el caso $\phi=1$. Esto es lo que afirma el siguiente resultado:

(R3): $ECM(1, w_0(1)) < ECM(1, w)$ para cualquier otro w .

La demostración de (R.3) es inmediata teniendo en cuenta (R.1) y (R.2): Supongamos que (R.3) no es cierto. Existe pues un w , llamémosle w^* (en H), tal que

$$MSE(1, w_0(1)) > MSE(1, w^*) \quad (A.37)$$

Pero (R1) y (R2) garantizan que, para un ϵ positivo y suficientemente pequeño, (A.37) implica

$$MSE(1-\epsilon, w_0(1-\epsilon)) > MSE(1-\epsilon, w^*) \quad (A.38)$$

Puesto que, por construcción, $w_0(1-\epsilon)$ minimiza el ECM para $\phi=1-\epsilon$, (<1), (A.38) no puede suceder, y por tanto (R3) tiene que ser cierto.

APENDICE B

LINEARIZACION DE LAS TASAS INTERMENSUALES DE CRECIMIENTO

a) Tasa T_1^1

La tasa T_1^1 mide la variación mes a mes de una serie mensual, expresada como porcentaje de aumento anual. Así, si la serie es x_t ,

$$T_1^1 = [(x_t/x_{t-1})^{12} - 1]100 . \quad (B.1)$$

y, puesto que $x_t = x_{t-1} + \Delta x_t$, (B.1) puede expresarse como

$$T_1^1 = [(1 + \Delta x_t/x_{t-1})^{12} - 1]100 .$$

Si la serie evoluciona de forma relativamente suave en el tiempo, Δx_t es relativamente pequeño y T_1^1 podrá aproximarse linealmente por medio de

$$[1 + 12(\Delta x_t/x_t) - 1]100 ,$$

y, dado que $dx/x = d(\log x)$, el término entre paréntesis se puede expresar aproximadamente como $\Delta \log x_t$. Se obtiene, pues, la conocida expresión:

$$T_1^1 \doteq 1200 \nabla \log x_t , \quad (B.2)$$

que subvalora la anualización, pero resulta una aproximación razonable para series no-estacionarias.

Mediante (B.2) es sencillo calcular el efecto de un error de medición en la variable. Sea, por ejemplo, $\log x_t$ la serie desestacionalizada, z_t^a . En la sección 4 vimos que z_t^a se estima con un error, suma de un error en el estimador final y del error de

revisión, que depende del momento en que se realice la estimación. Es decir

$$z_t^a = \hat{z}_t^a + \epsilon_t, \quad (\text{B.3})$$

donde el error, ϵ_t es ortogonal siempre al estimador, \hat{z}_t^a . La tasa estimada será

$$\hat{T}_1^1 = 1200 \sqrt{\hat{z}_t^a},$$

de donde se obtiene que el error inducido por ϵ sobre la T_1^1 , δ_t , es igual a

$$\delta_t = T_1^1 - \hat{T}_1^1 \cong 1200 \sqrt{\epsilon_t}. \quad (\text{B.4})$$

La desviación típica de δ_t será pues

$$\sigma(\delta_t) \cong 1200 [2(1-\rho_1)]^{1/2} \sigma_\epsilon, \quad (\text{B.5})$$

y vendrá expresada en puntos porcentuales de crecimiento anual.

En el ejemplo que hemos discutido, para los casos del estimador contemporáneo y final, σ_ϵ son los valores que figuran en el Cuadro 5 (multiplicados por $\sigma_a = .0037$), y los valores de ρ_1 se deducen del Cuadro 4.

b) Tasa T_1^3

La tasa T_1^3 mide la variación mes a mes de una media móvil de tres meses, expresada en porcentaje de variación anual. Es decir, si la serie es x_t ,

$$T_1^3 = [(y_t/y_{t-1})^{12} - 1]100, \quad (\text{B.6})$$

donde

$$y_t = x_t + x_{t-1} + x_{t-2} \quad (B.7)$$

Es inmediato ver que (B.7) puede reescribirse como

$$y_t = 3x_t - 2\Delta x_t - \Delta x_{t-1},$$

con lo que

$$\log y_t = \log 3x_t \left(1 - \frac{G}{3x_t}\right), \quad (B.8)$$

donde $G=2\Delta x_t + \Delta x_{t-1}$ y, si Δx_t es suficientemente pequeño, (B.8) puede aproximarse por

$$\log y_t \doteq \log 3 + \log x_t - G/3x_t \quad (B.9)$$

donde hemos utilizado la aproximación $\log(1+x) \doteq x$. Observando que:

$$\begin{aligned} G/x_t &\doteq 2\Delta x_t/x_t + \Delta x_{t-1}/x_{t-1} \\ &\doteq 2\Delta \log x_t + \Delta \log x_{t-1}, \end{aligned}$$

después de simplificar, (B.9) se transforma en:

$$V \log y_t \doteq (\log x_t - \log x_{t-3})/3 \quad (B.10)$$

Una expresión similar a (B.2), aplicada a (B.6), produce la relación:

$$\delta_t = T_1^3 - T_1^3 \doteq 1200(Vz_t^a - Vz_t^a), \quad (B.11)$$

donde $z_t^a = \log y_t$, y análogamente a (B.10), $V \log y_t = (\log x_t - \log x_{t-3})/3$.

De (B.11), una vez realizadas las sustituciones, se obtiene

$$\delta_t \doteq 400(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-3}) .$$

donde ε_t es el error en la medición de la serie $\log x_t$ desestacionalizada. En consecuencia, la desviación típica del error en la medición de T_1^3 inducido por el error en la medición de la estacionalidad es igual, aproximadamente, a

$$\sigma(\delta_t) \doteq 400[2(1-\rho_3)]^{1/2} \sigma_\varepsilon , \quad (\text{B.12})$$

donde los valores de σ_ε y ρ_3 se calculan del mismo modo que para el caso de T_1^1 . En Maravall (1981b) se observa como las aproximaciones (B.5) y (B.12) -derivada esta última por un camino totalmente diferente- eran válidas para las series de agregados monetarios españoles durante la década de los años setenta.

REFERENCIAS

- Ansley, C.F. (1983) "Comment on 'Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models'", Journal of Business and Economic Statistics, 1, 4, 307-309.
- Artola, C. y Espasa, A. (1987) "Un análisis cuantitativo para el estudio de la coyuntura del paro en la economía española", Boletín Económico del Banco de España (próxima publicación).
- Bach, G.L., Cagan, P.D., Friedman, M., Hildreth, C.G., Modigliani, F. y Okun, A. (1976), Improving the Monetary Aggregates: Report of the Advisory Committee on Monetary Statistics, Washington, D.C.: Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Bell, W.R. (1984), "Signal Extraction for Nonstationary Time Series", The Annals of Statistics, 12, 2, 646-664.
- Bell, W.R. y Hillmer, S.C. (1984), "Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Journal of Business and Economic Statistics, 2, 4, 291-320.
- Box, G.E.P., Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1978), "Analysis y Modeling of Seasonal Time Series", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce - Bureau of the Census, 309-334.
- Box, G.E.P., y Jenkins, G.M. (1970), Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco.
- Burman, J.P. (1980), "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", Journal of the Royal Statistical Society, A, 143, 321-337.

- Burridge, P. y Wallis, K.F. (1985) "Calculating the Variance of Seasonally Adjusted Series", Journal of the American Statistical Association, 80, 391, 541-552.
- Burridge, P. y Wallis, K.F. (1984), "Signal Extraction in Nonstationary Series", Economic Research Paper 234, University of Warwick.
- Cleveland, W.P. y Tiao, G.C. (1976), "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the X-11 Program", Journal of the American Statistical Association, 71, 581-587.
- Dagum, E.B. (1980), "The X11 ARIMA Seasonal Adjustment Method", Statistics Canada, Catalogue 12-564E.
- Engle, R.F. (1978), "Estimating Structural Models of Seasonality", in Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce - Bureau of the Census, 281-297.
- Espasa, A. (1984), "Tendencias y Ciclos: Metodología y Estimaciones para la Economía Española", El Ciclo Industrial en España, Madrid: Ministerio de Industria y Energía.
- Espasa, A.; Manzano, M.C.; Matea, M.LL. y Catasús, V. (1987), "La Inflación Subyacente en la Economía Española: Estimación y Metodología", Boletín Económico, Marzo 1987, Madrid: Banco de España.
- Fisher, F.M. (1966), The Identification Problem in Econometrics, New York: Mc Graw Hill Book Co.
- Granger, C. W. J. (1978), "Seasonality: Causation, Interpretation y Implications", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce - Bureau of the Census, 33-46.

- Grether, D.M. y Nerlove, M. (1970), "Some Properties of 'Optimal' Seasonal Adjustment", Econometrica, 38, 682-703.
- Gourieroux, A. y Monfort, A. (1983), Cours de Series Temporelles, Paris: Economica.
- Harvey, A.C. (1985) "Trends y Cycles in Macroeconomic Time Series", Journal of Business and Economic Statistics, 3, 3, 216-227.
- Harvey, A.C. (1981), Time Series Models, Deddington: Philip Allan.
- Harvey, A.C. y J. Durbin (1986), "The Effects of Seat Belt Legislation on British Road Casualties: A Case Study in Structural Time Series Modelling", Journal of the Royal Statistical Society, A, 149, 187-227.
- Harvey, A.C. y Todd, P.H.J. (1983), "Forecasting Economic Time Series with Structural y Box-Jenkins Models: A Case Study", Journal of Business and Economic Statistics, 1, 4, 299-306.
- Hausman, J.A. y Watson, M.W. (1985), "Errors-in-Variables and Seasonal Adjustment Procedures", Journal of the American Statistical Association, 80, 531-540.
- Hillmer, S.C. (1985) "Measures of Variability for Model-based Seasonal Adjustment Procedures", Journal of Business and Economic Statistics, 3, 1, 60-68.
- Hillmer, S.C. y G.C. Tiao (1982), "An ARIMA-Model Based Approach to Seasonal Adjustment", Journal of the American Statistical Association, 77, 63-70.
- Hylleberg, S. (1986), Seasonality in Regression, New York: Academic Press.

- Kolmogorov, A. (1941), "Interpolation and Extrapolation von Stationären Zufälligen Folgen", Boletín de la Academia de Ciencias, URSS, Series Mat. 5, 3-14.
- Maravall, A. (1987a), "The Use of ARIMA Models in Unobserved Components Estimation", Dynamic Econometric Modelling, eds. W. Barnett, E. Berndt y H. White, Cambridge University Press (en proceso).
- Maravall, A. (1987b), "On Minimum Mean Squared Error Estimation of the Noise in Unobserved Component Models", Journal of Business and Economic Statistics, 5, 115-120.
- Maravall, A. (1986a), "An Application of Model-Based Estimation of Unobserved Components", International Journal of Forecasting, 2, 305-318.
- Maravall, A. (1986b), "Revisions in ARIMA Signal Extraction", Journal of the American Statistical Association, 81, 736-740.
- Maravall, A. (1986c), "Discussion of a paper by Professors Harvey and Durbin", Journal of the Royal Statistical Society, A, 149, 223.
- Maravall, A. (1985), "On Structural Time Series Models and the Characterization of Components", Journal of Business and Economic Statistics, 3, 4, 350-355.
- Maravall, A. (1984a), "Comment on a paper by Bell and Hillmer". Journal of Business and Economic Statistics, 2, 337-339.
- Maravall, A. (1984b), "Sobre la Extracción de una Señal en un Modelo ARIMA", Revista Española de Economía, 1, 1, 25-54.

- Maravall, A. (1983a), "Depresión, Euforia y el Tratamiento de Series Maniaco-depresivas: el Caso de las Exportaciones", Información Comercial Española, 604, 67-78. (Una versión en inglés se encuentra en el libro Computer Science and Statistics, Amsterdam: North-Holland Pu. Co., 1984).
- Maravall, A. (1983b), "Comment on 'Modelling Considerations in the Seasonal Adjustment of Economic Data'", Applied Time Series Analysis of Economic Data, proceedings of a Bureau of the Census-NBER-ASA Conference, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: Bureau of the Census.
- Maravall, A. (1981a), Desestacionalización y Política Monetaria: la Serie de Depósitos del Sistema Bancario, Estudios Económicos nº 19, Madrid, Banco de España.
- Maravall, A. (1981b), Errores de Medición del Crecimiento a Corto Plazo de Series Monetarias Desestacionalizadas, Estudios Económicos nº 21, Madrid, Banco de España.
- Maravall, A. (1980), "Effects of Alternative Seasonal Adjustment Procedures on Monetary Policy", Journal of Econometrics, 14, 1, 115-136.
- Maravall, A. (1979), Identification in Dynamic Shock-Error Models, Berlin: Springer-Verlag (Un resumen en español se encuentra en Cuadernos Económicos del ICE (1983), 24, 103-118).
- Maravall, A. (1978), "Comment on 'Analysis and Modeling of Seasonal Time Series' by Professors Box, Hillmer y Tiao", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: Dept. of Commerce-Bureau of the Census.
- Maravall, A. y Pierce, D.A. (1987), "A Prototypical Seasonal Adjustment Model", Journal of Time Series Analysis, 8, 177-193.

- Maravall, A. y Pierce, D.A. (1986) "The Transmission of Data Noise into Policy Noise in U.S. Monetary Control", Econometrica, 54, 961-979.
- Maravall, A. y Pierce, D.A. (1983), "Preliminary-Data Error and Monetary Aggregate Targeting", Journal of Business and Economic Statistics, 1, 3, 179-186.
- Maravall, A. y Salaverría, J. (1986), "La Desestacionalización de las Series de Agregados Monetarios", Boletín Económico, Banco de España, Madrid, Junio 1986, 17-33.
- Moore, G.H., Box, G.E.P., Kaitz, H.B., Stephenson, J.A. y Zellner, A. (1981), Seasonal Adjustment of the Monetary Aggregates: Report of the Committee of Experts on Seasonal Adjustment Techniques, Washington, D.C.: Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Nerlove, M., Grether, D.M. y Carvalho, J.L. (1979), Analysis of Economic Time Series: A Synthesis, New York: Academic Press.
- Pagan, A. (1975), "A Note on the Extraction of Components from Time Series", Econometrica, 43, 1, 163-168.
- Pierce, D.A. (1980), "Data Revisions in Moving Average Seasonal Adjustment Procedures", Journal of Econometrics, 14, 1, 95-114.
- Pierce, D.A. (1979), "Signal Extraction Error in Nonstationary Time Series", Annals of Statistics, 7, 1303-20.
- Pierce, D.A. (1978), "Seasonal Adjustment When Both Deterministic and Stochastic Seasonality are Present", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce - Bureau of the Census, 242-269.

- Pierce, D.A. ; Parke, D.W.; Cleveland, W.P. y A. Maravall (1981), "Uncertainty in the Monetary Aggregates: Sources, Measurement and Policy Effects", Journal of Finance, 36, 507-515.
- Pierce, D.A, Grupe, M.R. y Cleveland, W.P. (1984), "Seasonal Adjustment of the Weekly Monetary Aggregates: A Model-Based Approach", Journal of Business and Economic Statistics, 2, 3, 260-271.
- Shiskin, J. ; Young, A.H. y J.C. Musgrave (1967), "The X11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program", Washington, D.C., Bureau of the Census, Technical Paper 15.
- Sims, C.A. (1985), "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series' by W.R. Bell y S.C. Hillmer", Journal of Business and Economic Statistics, 3, 1, 92-94.
- Weiner, N. (1949), Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series, New York: J. Wiley.
- Whittle, P. (1963), Prediction and Regulation by Linear Least-Square Methods, London: English Universities Press.



DOCUMENTOS DE TRABAJO:

- 7801 **Vicente Poveda y Ricardo Sanz:** Análisis de regresión: algunas consideraciones útiles para el trabajo empírico (*).
- 7802 **Julio Rodríguez López:** El PIB trimestral de España, 1958-1975. Avance de cifras y comentarios (*). (Publicadas nuevas versiones en Documentos de Trabajo núms. 8211 y 8301).
- 7803 **Antoni Espasa:** El paro registrado no agrícola 1964-1976: un ejercicio de análisis estadístico univariante de series económicas (*). (Publicado en Estudios Económicos n.º 15).
- 7804 **Pedro Martínez Méndez y Raimundo Poveda Anadón:** Propuestas para una reforma del sistema financiero.
- 7805 **Gonzalo Gil:** Política monetaria y sistema financiero. Respuestas al cuestionario de la CEE sobre el sistema financiero español (*). Reeditado con el número 8001.
- 7806 **Ricardo Sanz:** Modelización del índice de producción industrial y su relación con el consumo de energía eléctrica.
- 7807 **Luis Angel Rojo y Gonzalo Gil:** España y la CEE. Aspectos monetarios y financieros (*).
- 7901 **Antoni Espasa:** Modelos ARIMA univariantes, con análisis de intervención para las series de agregados monetarios (saldos medios mensuales) M_3 y M_2 .
- 7902 **Ricardo Sanz:** Comportamiento del público ante el efectivo (*).
- 7903 **Nicolás Sánchez-Albornoz:** Los precios del vino en España, 1861-1890. Volumen I: Crítica de la fuente.
- 7904 **Nicolás Sánchez-Albornoz:** Los precios del vino en España, 1861-1890. Volumen II: Series provinciales.
- 7905 **Antoni Espasa:** Un modelo diario para la serie de depósitos en la Banca: primeros resultados y estimación de los efectos de las huelgas de febrero de 1979.
- 7906 **Agustín Maravall:** Sobre la identificación de series temporales multivariantes.
- 7907 **Pedro Martínez Méndez:** Los tipos de interés del Mercado Interbancario.
- 7908 **Traducción de E. Giménez-Arnau:** Board of Governors of the Federal Reserve System-Regulations AA-D-K-L-N-O-Q (*).
- 7909 **Agustín Maravall:** Effects of alternative seasonal adjustment procedures on monetary policy.
- 8001 **Gonzalo Gil:** Política monetaria y sistema financiero. Respuestas al cuestionario de la CEE sobre el sistema financiero español (*).
- 8002 **Traducción de E. Giménez-Arnau:** Empresas propietarias del Banco. Bank Holding Company Act-Regulation «Y» (*).
- 8003 **David A. Pierce, Darrel W. Parke, and William P. Cleveland, Federal Reserve Board and Agustín Maravall, Bank of Spain:** Uncertainty in the monetary aggregates: Sources, measurement and policy effects.
- 8004 **Gonzalo Gil:** Sistema financiero español (*). (Publicada una versión actualizada en Estudios Económicos n.º 29).
- 8005 **Pedro Martínez Méndez:** Monetary control by control of the monetary base: The Spanish experience (la versión al español se ha publicado como Estudio Económico n.º 20).
- 8101 **Agustín Maravall, Bank of Spain and David A. Pierce, Federal Reserve Board:** Errors in preliminary money stock data and monetary aggregate targeting.
- 8102 **Antoni Espasa:** La estimación de los componentes tendencial y cíclico de los indicadores económicos.
- 8103 **Agustín Maravall:** Factores estacionales de los componentes de M_3 . Proyecciones para 1981 y revisiones, 1977-1980.
- 8104 **Servicio de Estudios:** Normas relativas a las operaciones bancarias internacionales en España.
- 8105 **Antoni Espasa:** Comentarios a la modelización univariante de un conjunto de series de la economía española.
- 8201 **Antoni Espasa:** El comportamiento de series económicas: Movimientos atípicos y relaciones a corto y largo plazo.
- 8202 **Pedro Martínez Méndez e Ignacio Garrido:** Rendimientos y costes financieros en el Mercado Bursátil de Letras.

- 8203 **José Manuel Olarra y Pedro Martínez Méndez:** La Deuda Pública y la Ley General Presupuestaria.
- 8204 **Agustín Maravall:** On the political economy of seasonal adjustment and the use of univariate time-series methods.
- 8205 **Agustín Maravall:** An application of nonlinear time series forecasting.
- 8206 **Ricardo Sanz:** Evaluación del impacto inflacionista de las alzas salariales sobre la economía española en base a las tablas input-output.
- 8207 **Ricardo Sanz y Julio Segura:** Requerimientos energéticos y efectos del alza del precio del petróleo en la economía española.
- 8208 **Ricardo Sanz:** Elasticidades de los precios españoles ante alzas de diferentes inputs.
- 8209 **Juan José Dolado:** Equivalencia de los tests del multiplicador de Lagrange y F de exclusión de parámetros en el caso de contrastación de perturbaciones heterocedásticas.
- 8210 **Ricardo Sanz:** Desagregación temporal de series económicas (*).
- 8211 **Julio Rodríguez y Ricardo Sanz:** Trimestralización del producto interior bruto por ramas de actividad. (Véase Documento de Trabajo n.º 8301).
- 8212 **Servicio de Estudios. Estadística:** Mercado de valores: Administraciones Públicas. Series históricas (1962-1981).
- 8213 **Antoni Espasa:** Una estimación de los cambios en la tendencia del PIB no agrícola, 1964-1981.
- 8214 **Antoni Espasa:** Problemas y enfoques en la predicción de los tipos de interés.
- 8215 **Juan José Dolado:** Modelización de la demanda de efectivo en España (1967-1980).
- 8216 **Juan José Dolado:** Contrastación de hipótesis no anidadas en el caso de la demanda de dinero en España.
- 8301 **Ricardo Sanz:** Trimestralización del PIB por ramas de actividad series revisadas
- 8302 **Cuestionario OCDE. Servicio de Estudios. Estadística.** Cuadro de flujos financieros de la economía española (1971-1981) (*).
- 8303 **José María Bonilla Herrera y Juan José Camio de Allo:** El comercio mundial y el comercio exterior de España en el período 1970-1981: Algunos rasgos básicos.
- 8304 **Eloísa Ortega:** Índice de precios al consumo e índice de precios percibidos.
- 8305 **Servicio de Estudios. Estadística:** Mercado de Valores: Instituciones financieras. Renta fija. Series históricas (1962-1982).
- 8306 **Antoni Espasa:** Deterministic and stochastic seasonality: an univariate study of the Spanish Industrial Production Index.
- 8307 **Agustín Maravall:** Identificación de modelos dinámicos con errores en las variables.
- 8308 **Agustín Maravall, Bank of Spain and David A. Pierce, Federal Reserve Board:** The transmission of data noise into policy noise in monetary control.
- 8309 **Agustín Maravall:** Depresión, euforia y el tratamiento de series maniaco-depresivas: el caso de las exportaciones españolas.
- 8310 **Antoni Espasa:** An econometric study of a monthly indicator of economic activity.
- 8311 **Juan José Dolado:** Neutralidad monetaria y expectativas racionales: Alguna evidencia en el caso de España.
- 8312 **Ricardo Sanz:** Análisis cíclicos. Aplicación al ciclo industrial español.
- 8313 **Ricardo Sanz:** Temporal disaggregation methods of economic time series.
- 8314 **Ramón Galián Jiménez:** La función de autocorrelación extendida: Su utilización en la construcción de modelos para series temporales económicas.
- 8401 **Antoni Espasa y María Luisa Rojo:** La descomposición del indicador mensual de cartera de pedidos en función de sus variantes explicativas.
- 8402 **Antoni Espasa:** A quantitative study of the rate of change in Spanish employment.
- 8403 **Servicio de Producción y Demanda Interna:** Trimestralización del PIB por ramas de actividad, 1975-1982.
- 8404 **Agustín Maravall:** Notas sobre la extracción de una señal en un modelo ARIMA.
- 8405 **Agustín Maravall:** Análisis de las series de comercio exterior —I—.
- 8406 **Ignacio Mauleón:** Aproximaciones a la distribución finita de criterios Ji- cuadrado: una nota introductoria.
- 8407 **Agustín Maravall:** Model-based treatment of a manic-depressive series.
- 8408 **Agustín Maravall:** On issues involved with the seasonal adjustment of time series.

- 8409 **Agustín Maravall:** Análisis de las series de comercio exterior –II–.
- 8410 **Antoni Espasa:** El ajuste estacional en series económicas.
- 8411 **Javier Ariztegui y José Pérez:** Recent developments in the implementation of monetary policy.
- 8412 **Salvador García-Atance:** La política monetaria en Inglaterra en la última década.
- 8413 **Ignacio Mauleón:** Consideraciones sobre la determinación simultánea de precios y salarios.
- 8414 **María Teresa Sastre y Antoni Espasa:** Interpolación y predicción en series económicas con anomalías y cambios estructurales: los depósitos en las cooperativas de crédito.
- 8415 **Antoni Espasa:** The estimation of trends with breaking points in their rate of growth: the case of the Spanish GDP.
- 8416 **Antoni Espasa, Ascensión Molina y Eloísa Ortega:** Forecasting the rate of inflation by means of the consumer price index.
- 8417 **Agustín Maravall:** An application of model-based signal extraction.
- 8418 **John T. Cuddington y José M. Viñals:** Budget deficits and the current account in the presence of classical unemployment.
- 8419 **John T. Cuddington y José M. Viñals:** Budget deficits and the current account: An inter-temporal disequilibrium approach.
- 8420 **Ignacio Mauleón y José Pérez:** Interest rates determinants and consequences for macroeconomic performance in Spain.
- 8421 **Agustín Maravall:** A note on revisions in arima-based signal extraction.
- 8422 **Ignacio Mauleón:** Factores de corrección para contrastes en modelos dinámicos.
- 8423 **Agustín Maravall y Samuel Bentolila:** Una medida de volatilidad en series temporales con una aplicación al control monetario en España.
- 8501 **Agustín Maravall:** Predicción con modelos de series temporales.
- 8502 **Agustín Maravall:** On structural time series models and the characterization of components.
- 8503 **Ignacio Mauleón:** Predicción multivariante de los tipos interbancarios.
- 8504 **José Viñals:** El déficit público y sus efectos macroeconómicos: algunas reconsideraciones.
- 8505 **José Luis Malo de Molina y Eloísa Ortega:** Estructuras de ponderación y de precios relativos entre los deflatores de la Contabilidad Nacional.
- 8506 **José Viñals:** Gasto público, estructura impositiva y actividad macroeconómica en una economía abierta.
- 8507 **Ignacio Mauleón:** Una función de exportaciones para la economía española.
- 8508 **J. J. Dolado, J. L. Malo de Molina y A. Zabalza:** Spanish industrial unemployment: some explanatory factors (*versión inglés*). El desempleo en el sector industrial español: algunos factores explicativos (*versión español*).
- 8509 **Ignacio Mauleón:** Stability testing in regression models.
- 8510 **Ascensión Molina y Ricardo Sanz:** Un indicador mensual del consumo de energía eléctrica para usos industriales, 1976-1984.
- 8511 **J. J. Dolado y J. L. Malo de Molina:** An expectational model of labour demand in Spanish industry.
- 8512 **J. Albarracín y A. Yago:** Agregación de la Encuesta Industrial en los 15 sectores de la Contabilidad Nacional de 1970.
- 8513 **Juan J. Dolado, José Luis Malo de Molina y Eloísa Ortega:** Respuestas en el deflador del valor añadido en la industria ante variaciones en los costes laborales unitarios.
- 8514 **Ricardo Sanz:** Trimestralización del PIB por ramas de actividad, 1964-1984.
- 8515 **Ignacio Mauleón:** La inversión en bienes de equipo: determinantes y estabilidad.
- 8516 **A. Espasa y R. Galián:** Parsimony and omitted factors: The airline model and the census X-11 assumptions.
- 8517 **Ignacio Mauleón:** A stability test for simultaneous equation models.
- 8518 **José Viñals:** ¿Aumenta la apertura financiera exterior las fluctuaciones del tipo de cambio? (*versión español*). Does financial openness increase exchange rate fluctuations? (*versión inglés*).
- 8519 **José Viñals:** Deuda exterior y objetivos de balanza de pagos en España: Un análisis de largo plazo.

- 8520 **José Marín Arcas:** Algunos índices de progresividad de la imposición estatal sobre la renta en España y otros países de la OCDE.
- 8601 **Agustín Maravall:** Revisions in ARIMA signal extraction.
- 8602 **Agustín Maravall y David A. Pierce:** A prototypical seasonal adjustment model.
- 8603 **Agustín Maravall:** On minimum mean squared error estimation of the noise in unobserved component models.
- 8604 **Ignacio Mauleón:** Testing the rational expectations model.
- 8605 **Ricardo Sanz:** Efectos de variaciones en los precios energéticos sobre los precios sectoriales y de la demanda final de nuestra economía.
- 8606 **F. Martín Bourgón:** Índices anuales de valor unitario de las exportaciones: 1972-1980 (*).
- 8607 **José Viñals:** La política fiscal y la restricción exterior. (Publicada una edición en inglés con el mismo número).
- 8608 **José Viñals y John Cuddington:** Fiscal policy and the current account: what do capital controls do?
- 8609 **Gonzalo Gil:** Política agrícola de la Comunidad Económica Europea y montantes compensatorios monetarios.
- 8610 **José Viñals:** ¿Hacia una menor flexibilidad de los tipos de cambio en el sistema monetario internacional?
- 8701 **Agustín Maravall:** The use of ARIMA models in unobserved components estimation: an application to spanish monetary control.
- 8702 **Agustín Maravall:** Descomposición de series temporales: especificación, estimación e inferencia (Con una aplicación a la oferta monetaria en España).

* *Las publicaciones señaladas con un asterisco se encuentran agotadas.*

Información: Banco de España
Publicaciones. Negociado de Distribución y Gestión
Teléfono 446 90 55, ext. 2180
Alcalá, 50. 28014 Madrid