

LA EXTRACCION DE SEÑALES Y EL ANALISIS DE COYUNTURA

Agustín Maravall (*)

* Quiero agradecer a A. Espasa, V. Gómez, F. Melis y D. Peña las frecuentes y, para mí, enriquecedoras conversaciones que hemos mantenido sobre el tema. Las opiniones contenidas en el trabajo son las del autor y no tienen por qué reflejar las del Servicio de Estudios del Banco de España.

El Banco de España al publicar esta serie pretende facilitar la difusión de estudios de interés que contribuyan al mejor conocimiento de la economía española.

Los análisis, opiniones y conclusiones de estas investigaciones representan las ideas de los autores, con las que no necesariamente coincide el Banco de España.

ISBN: 84/7793-027 - 9

Depósito legal: M. 28944 - 1989

Imprenta del Banco de España

"Antes de ayer la báscula que tengo en el cuarto de baño me informó que mi peso era 113,7 kilos, lo cual (no me importa confesarlo) me conmocionó un tanto. No comí y cené simplemente media tostada. Al día siguiente mi peso había bajado a 70,5 kilos; me pareció muy satisfactorio y me puse muy contento, pero esta mañana había subido de nuevo a 124,5 kilos, de modo que ya no sé ni donde estoy, ni lo que me espera en el futuro".

"Over Seventy, An Autobiography with Digressions",
Wodehouse on Wodehouse, p. 577, Penguin Books.

Resumen

La información que proporciona la observación del mundo está siempre contaminada por distintos tipos de ruido, que debe ser eliminado con objeto de extraer la "señal". El problema de extraer señales contenidas en series temporales es muy general. En economía tiene una larga tradición en la estimación de componentes en series. Un caso particular, de importancia en el análisis de coyuntura, es la desestacionalización, o extracción de la señal estacional.

Este trabajo explica, en forma intuitiva, cómo el problema de estimar tendencia, estacionalidad o ruido en series económicas puede resolverse utilizando técnicas estadísticas de extracción de señales aplicadas a modelos ARIMA. El método que resulta ofrece varias ventajas. Primero, permite adaptarse a las peculiaridades de cada serie. Segundo, permite realizar un diagnóstico estadístico de los resultados. Tercero, permite calcular los errores con que se estiman los componentes y sus diversas tasas, y conocer pues la precisión de cada medición. Permite también conocer las propiedades de los distintos componentes y comparar, por ejemplo, la serie desestacionalizada con la tendencia.

Al final presentamos un breve ejemplo orientado a la interpretación de la serie mensual del Índice de Precios al Consumo.

1. Introducción

Extracción de señales es una expresión tomada del campo de la ingeniería. Un ejemplo conocido lo constituyen los sistemas de audición de música, en los que uno de los parámetros que definen la calidad es el "coeficiente señal-ruido". Se trata, tal como indica el esquema de la Figura 1, de que el sistema filtre, del input que llega al receptor, aquello que es señal (la música), y elimine aquello que es ruido (el "bzzz..." de fondo que perturba la audición).

[Véase figura 1]

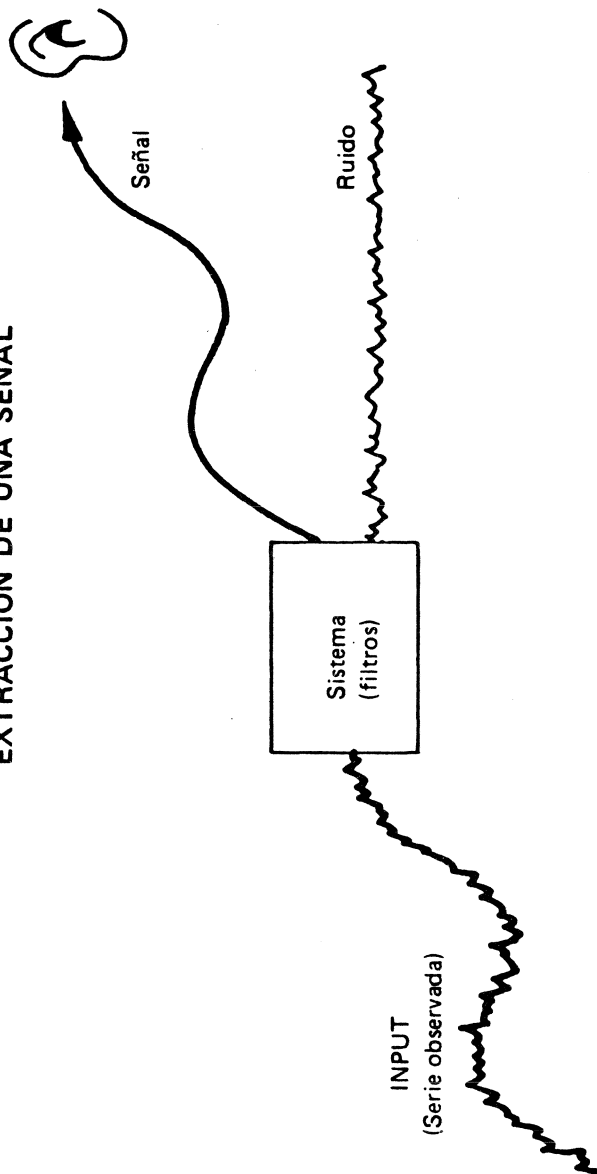
Lo cierto es que la información que nos proporciona la observación y medición del mundo está contaminada. Este parece ser un principio bastante general; hace falta, pues, limpiar esa información, de forma que se recupere la señal que contiene.

Puesto que la señal "pura" nunca se observa, trabajaremos siempre con estimadores, sujetos, en consecuencia, a errores de estimación. La magnitud de estos errores determinará la precisión con que podemos conocer una señal. Por tanto, si bien será importante limpiar el dato para leerlo mejor, esta lectura deberá ser cauta y habrá de evitar ver en el dato más de lo que este contiene.

Es fácil encontrar fuera de la economía ejemplos de problemas importantes que se relacionan con la extracción de señales. El fenómeno reciente de la disminución de ozono en la atmósfera es obvio que tiene

Figura 1.

EXTRACCION DE UNA SEÑAL



implicaciones muy distintas si se trata de una aceleración en la tendencia, de una amplificación de la oscilación estacional (que ya existía), o simplemente de una anomalía transitoria. Algo similar sucede con el fenómeno de la marea roja detectada el verano pasado (¿se trata de un fenómeno cíclico? ¿se trata de un salto permanente?), con el aumento de temperatura media en la década de los ochenta (¿refleja una tendencia asociada al efecto invernadero? ¿se trata de variaciones esporádicas más o menos aisladas?). Por último, el trágico incidente del derribo de un avión civil en el golfo pérsico hace unos meses, al parecer, fue debido a una confusión de señales, de modo que se asignaron a frecuencias de aviones militares lo que hubiera debido ser una señal en frecuencia civil.

Dentro de la economía utilizaré, de nuevo, uno de los ejemplos que menciono en la mesa redonda "La importancia de los modelos en el análisis económico" (también incluida en este volumen): me refiero al trabajo que realicé conjuntamente con D. Pierce sobre los errores de estimación de la serie desestacionalizada del agregado monetario en USA, la señal que se utiliza para el control monetario a corto plazo. Como cuento en la mesa redonda mencionada, el tamaño de esos errores era sorprendentemente grande. Puesto que la señal (la serie desestacionalizada) contiene un error importante, tiene interés saber cómo se transmitió, de hecho, este error en los datos a error en la política monetaria. Este problema lo abordamos en Maravall y Pierce (1986) y obtuvimos el resultado de que, a pesar de su magnitud, el error en los datos tenía un efecto reducido sobre los objetivos monetarios a corto plazo. La razón, argumentábamos, era que no era del todo cierto que las autoridades monetarias

utilizasen la serie desestacionalizada como señal, sino que se fijaban realmente en una señal más estable, resultado de suavizar la serie. Esta suavización no se especifica pero está implícita, por ejemplo, en la cautela al reaccionar a desviaciones con respecto a los objetivos, esperando que meses venideros compensen o confirmen la desviación.

Pero si la serie desestacionalizada no es la señal adecuada ¿Porqué tanto énfasis en su uso? ¿Porqué no estimar directamente señales más suaves, como por ejemplo la tendencia? El tratamiento de los tradicionalmente llamados "componentes no-observables" en series del tiempo como una aplicación de la metodología de extracción de señales en modelos paramétricos de series temporales permite analizar este tipo de problemas sobre una base estadística rigurosa. Esta base la resumiremos en forma intuitiva en las próximas páginas, y al final presentaremos una aplicación sencilla a una serie que desempeña hoy un papel protagonista en la vida económica española: la serie mensual del índice de precios al consumo (IPC).

2. Los filtros y el dominio de las frecuencias

¿En qué consiste la extracción de señales? Consideremos, primero el ejemplo más sencillo: la señal es una constante, que recibimos contaminada por ruido. Si x_t es la observación ($t=1, \dots, T$), μ la señal y u_t el ruido, tendremos.

$$x_t = \mu + u_t,$$

donde suponemos que el ruido es ruido blanco, es decir que los distintos u_t son variables normales, idéntica e independientemente distribuidas, con media 0 y varianza V_u . Es inmediato ver que el problema es simplemente estimar la media de una población $N(\mu, V_u)$ con la muestra aleatoria $x_1 \dots x_T$. Utilizando la media muestral como estimador,

$$\hat{\mu} = \frac{\sum x_t}{T} = \frac{1}{T} x_1 + \dots + \frac{1}{T} x_T, \quad (1)$$

es decir, el estimador de la señal es una combinación lineal de las observaciones. A estas combinaciones lineales las denominaremos filtros. El filtro de (1) es un filtro sencillo que pondera todas las observaciones con el mismo peso $\frac{1}{T}$.

Puesto que las señales, en general, se estimarán por medio de filtros, tiene interés entender qué hace un filtro. Para ello es conveniente cambiar la óptica del análisis.

Una forma de estudiar una serie temporal $(x_1 \dots x_T)$ es por medio de su función de densidad conjunta, $f(x_1, \dots, x_T)$. Bajo el supuesto de normalidad (que mantendremos siempre), lo anterior se reduce prácticamente a un análisis de las correlaciones. Se dice entonces que el análisis se realiza en el dominio del tiempo.

Existe una forma alternativa de análisis que se realiza en el llamado dominio de las frecuencias. Veamos, en forma muy sencilla, en qué consiste este análisis.

Es sabido que una serie de puntos $x_1 \dots x_{2T}$ se puede representar (exactamente) como la suma de T funciones sinusoidales del tipo

$$s_t = A \cos(\omega t + B) , \quad (2)$$

cada una con 2 parámetros A y B , y asociada a una frecuencia ω . El parámetro A , la amplitud, refleja la importancia del senoide en cuestión en la representación de la serie. Por poner un ejemplo, la Figura 2 presenta la función sinusoidal

$$s_t = \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{2}\right) ,$$

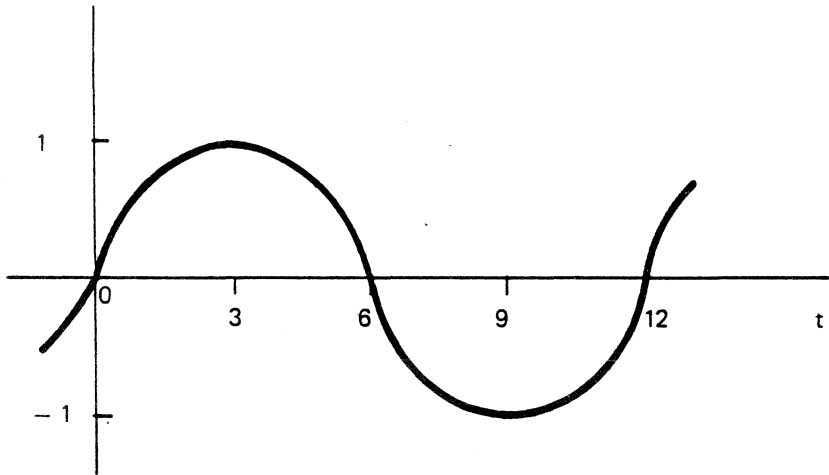
que, para datos mensuales representaría un ciclo de período 12 meses, es decir, un componente estacional de frecuencia 1 vez al año. Se trataría de un componente estacional determinístico, ya que se podría predecir sin error: el perfil estacional sería fijo y no variaría en el tiempo.

[Véase figura 2]

Puesto que, al aumentar, el número de observaciones, aumenta el número de funciones sinusoidales y por tanto (y en la misma proporción al de observaciones), el número de parámetros a estimar, es imposible obtener estimadores mínimamente precisos de los mismos. Para poder inferir con precisión la contribución de las distintas frecuencias (es decir, de las distintas funciones sinusoidales) en la formación de la serie, es preciso acudir al espectro. Cuando analizamos el espectro de una serie nos trasladamos al dominio de las frecuencias.

Figura 2.

PERFIL DE UN COMPONENTE CICLICO



3. El espectro

Supongamos que el número de términos en la serie es grande y que, por tanto, también es grande el número de componentes sinusoidales. Agrupemos los componentes sinusoidales en intervalos de frecuencia y construyamos una función, similar a un histograma sencillo, en el que asignamos, a cada intervalo de frecuencia, un rectángulo, cuya base es dicho intervalo y cuya altura es la suma de las amplitudes de los componentes correspondientes a las frecuencias en el intervalo. Si ahora hacemos $T \rightarrow \infty$ y el intervalo de frecuencias se transforma en un diferencial de frecuencias, obtenemos una función continua que será el espectro.

Matemáticamente, el espectro es la transformada de Fourier de la función de autocovarianzas. Nos indica cómo se descompone la varianza de una serie para las distintas frecuencias. Representemos por ω la frecuencia y sea $g(\omega)$ el espectro. Como una función sinusoidal sólo hay que definirla para el intervalo $(-\pi, \pi)$, ya que después se repite, y dado que $g(\omega)$ resulta ser una función simétrica en ω , basta con considerar para ω el intervalo $(0, \pi)$. La Figura 3 muestra un espectro; el área rayada representa la varianza asociada al intervalo de frecuencias $d\omega$.

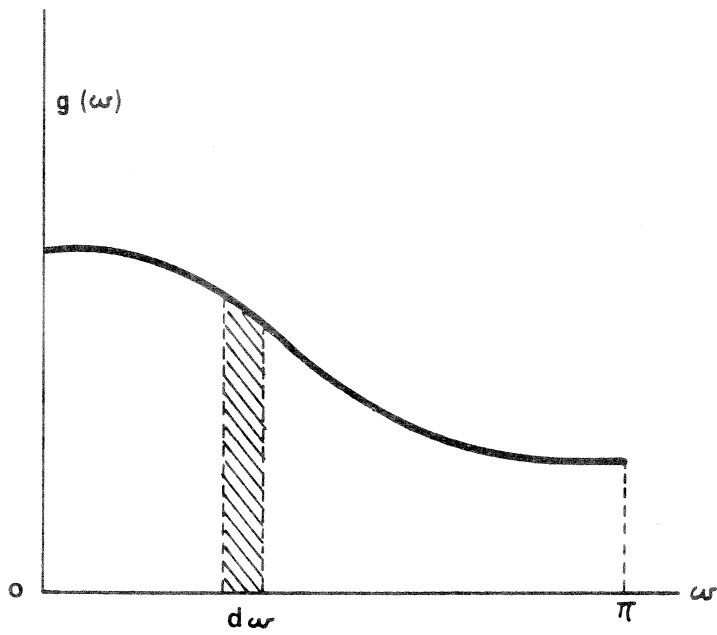
[Véase figura 3]

Para un componente cíclico del tipo representado por la ecuación (2), el período τ (lo que tarda en completarse el ciclo) se relaciona con ω por medio de

$$\omega = (2 \Pi) / \tau , \quad (3)$$

Figura 3.

PERFIL DE UN ESPECTRO



de manera que, por ejemplo, $\omega = 0$ representa un ciclo de período ω , es decir, una tendencia. En el otro extremo, $\omega = \pi$ implica $\tau = 2$. Si se trata, pues, de una serie mensual, un ciclo de 2 meses se repetirá 6 veces en un año. La frecuencia $\omega = \pi$ representaría el componente estacional asociado a la frecuencia más alta que es posible detectar con datos mensuales. (Si se trata de datos trimestrales, $\omega = \pi$, asociada con $\tau = 2$, representará la frecuencia estacional de 2 veces al año, la frecuencia más alta que se puede detectar con datos trimestrales).

Situémonos en el análisis de coyuntura. Es obvio que un ciclo de período ω se vería como una tendencia. Es obvio también que un ciclo de período 10 millones de años se percibiría también como una tendencia. Lo mismo le sucedería posiblemente a un ciclo de período 1.000 años. Al disminuir el período del ciclo (es decir, al aumentar la frecuencia con la que se asocia), nos iremos apartando de lo que es una tendencia. El espectro de una tendencia deberá ser, pues, una función monótonamente decreciente en ω .

En cuanto al componente estacional, su espectro presentará picos para las frecuencias estacionales, del mismo modo que un componente cíclico presentará un pico para la frecuencia asociada a dicho ciclo; por último, el espectro de ruido blanco es una constante (1). La Figura 4

(1) El término ruido blanco se basa en la siguiente analogía: igual que un espectro constante implica que todas las frecuencias participan por igual, en la luz blanca todas las luces asociadas con distintas frecuencias ("las luces del espectro") participan por igual.

presenta el espectro del modelo para la serie utilizada como ejemplo, la serie mensual del IPC, y una posible descomposición de ese espectro en tendencia, componente estacional y ruido. (La obtención de los modelos de la serie y de los componentes se describirá más tarde, en la aplicación contenida en la Sección 7). En el caso de la serie original, de la tendencia y del componente estacional no se trata (propriadamente dicho) de espectros, sino de "pseudo-espectros" (ver, por ejemplo, Hillmer y Tiao, 1982), ya que para las frecuencias cero y estacionales, el pico de $g(\omega)$ se hace ∞ . El pseudoespectro es como la generalización del espectro a series no-estacionarias, pero para nuestros efectos ambos son susceptibles del mismo uso. Para simplificar, pues, utilizaremos en ambos casos el término espectro.

[Véase figura 4]

4. El uso de filtros "Ad hoc"

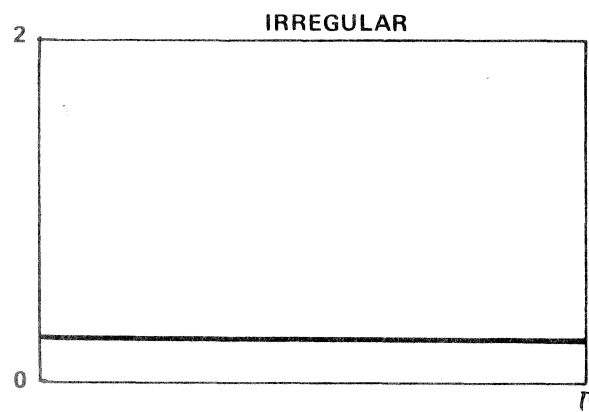
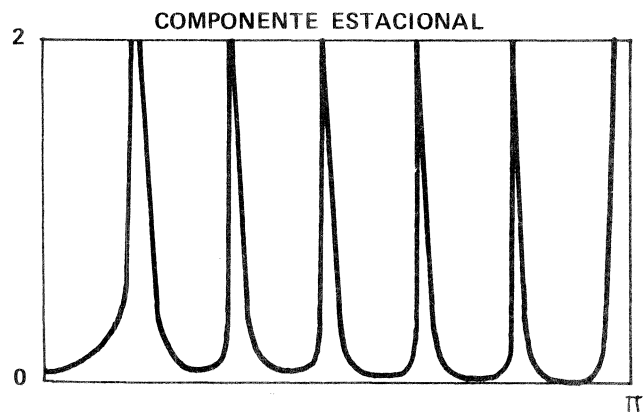
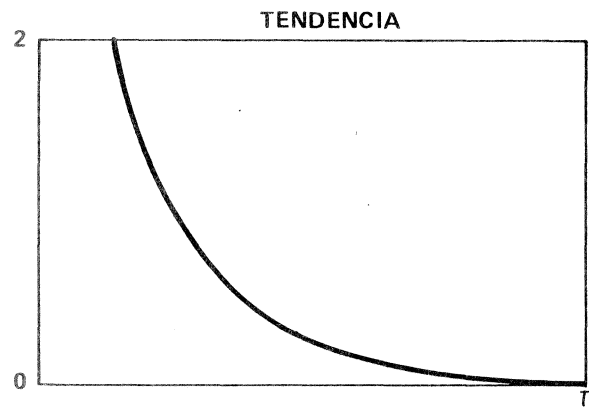
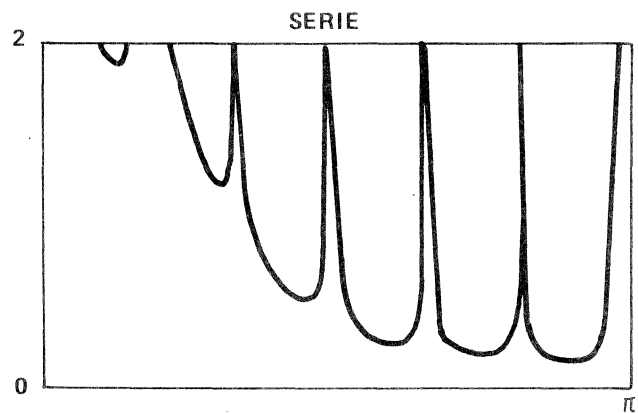
Hemos visto brevemente la representación frecuencial de una serie. Como ya mencionamos, las señales se estimarán por medio de filtros aplicados a series. Tiene también interés conocer la representación frecuencial del filtro, es decir, ¿qué señal de una serie recoge un determinado filtro? Veamos un ejemplo sencillo:

Supongamos que, para suavizar una serie se utiliza una media ponderada de tres observaciones consecutivas, donde la observación central tiene un peso doble. Es decir el filtro utilizado es

$$\frac{1}{4} x_{t-1} + \frac{1}{2} x_t + \frac{1}{4} x_{t+1} = \frac{1}{4}(B + 2 + B^{-1})x_t ,$$

Figura 4.

ESPECTRO DE LA SERIE Y DE LOS COMPONENTES



donde B es el operador de retardos, tal que $B^j x_t = x_{t-j}$. La representación frecuencial del filtro

$$v(B) = (B + 2 + B^{-1})/4$$

aparece en la Figura 5. Se observa que, efectivamente, suaviza la serie al filtrar frecuencias bajas, asociadas con la tendencia, pero que, debido a la lentitud con que decrece, deja pasar también una proporción importante de frecuencias relativamente alejadas de cero, que no pueden asociarse, en general, a una tendencia.

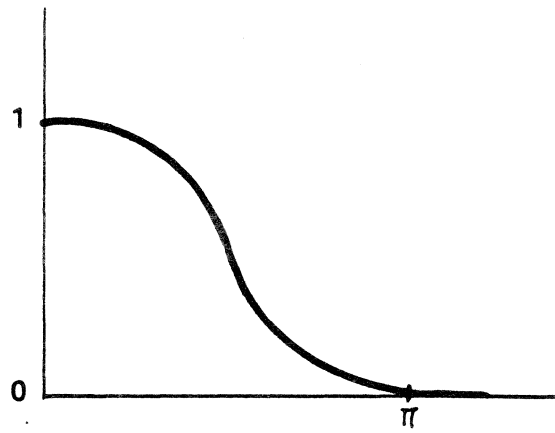
[Véase figura 5]

Dado que el concepto de tendencia, estacionalidad y ciclo, o, en general, de la señal que se pretende captar en la serie, se encuentra estrechamente ligado con la descomposición en componentes asociados a bandas de frecuencia, se planteó el diseño de filtros "ad hoc" que permitiesen el paso de unas frecuencias y eliminasen (o redujesen) el resto.

Esta forma de estimar señales por medio de filtros "ad hoc", diseñados para recoger ciertas frecuencias, ha sido una metodología muy utilizada, sobre todo para aplicaciones rutinarias y frecuentes. Presenta, sin embargo, una serie de limitaciones importantes. Supongamos, por poner un ejemplo sencillo, que la serie observada se comporta como ruido blanco y tiene, pues, un espectro constante. Si se aplica a la serie un filtro para estimar la tendencia (ver Figura 6), se obtendrá una señal con un espectro como el que aparece en la figura. Resulta, por tanto, que estimaríamos una tendencia en una serie que

Figura 5.

REPRESENTACION FRECUENCIAL DE UN
FILTRO



no contiene tendencia. De algún modo, pues, el filtro a utilizar debe depender de la estructura estocástica de la serie en cuestión. Esto resulta obvio en la siguiente consideración: supongamos, por ejemplo, que se trata de estimar la estacionalidad de una serie. Si la serie es puro ruido blanco, y no contiene por tanto estacionalidad, todos los pesos del filtro deberían ser cero. Si, por el contrario, se trata de una serie puramente estacional, el filtro debería ser simplemente la unidad.

[Véase figura 6]

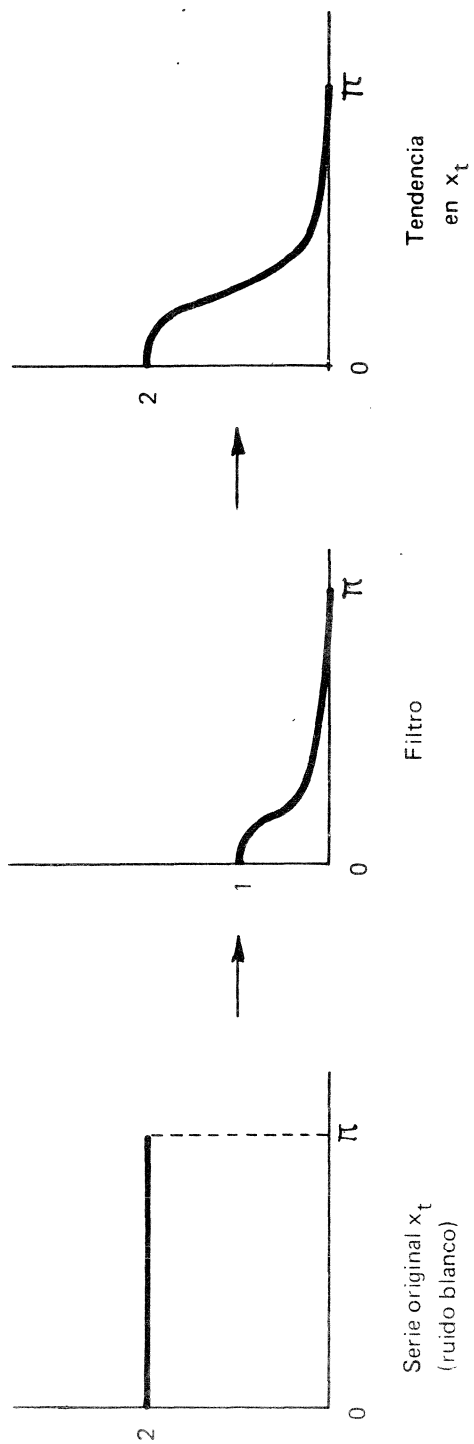
Por otra parte una metodología de filtros "ad hoc", sin un modelo estadístico subyacente, no permite realizar análisis estadístico: no es posible desarrollar técnicas adecuadas de diagnóstico, ni fundamentar inferencia alguna.

5. La desestacionalización de series económicas

En economía existe una larga tradición de estimación de componentes en series. La desestacionalización, una práctica general y masiva, consiste en estimar como señal la serie desestacionalizada. Un resumen interesante de la historia de la desestacionalización se encuentra en Nerlove, Grether y Carvalho (1979). Como ejemplo del interés por estimar la estacionalidad se puede señalar que, en el preámbulo del Federal Reserve Act de 1913 (cuando se crea la Reserva Federal en EEUU), el Congreso le encarga, como una misión fundamental, acomodar las fluctuaciones estacionales en la demanda de crédito (ver Federal Reserve Board, 1915, p. 17).

Figura 6

EFFECTO DE UN FILTRO SOBRE RUIDO BLANCO



Típicamente, desestacionalizar una serie consiste en, primero, descomponer la serie x_t en los componentes tendencial (o de tendencia/ciclo) p_t , estacional s_t e irregular u_t . Si se utiliza un esquema multiplicativo, entonces

$$x_t = p_t s_t u_t ,$$

mientras que si el esquema es aditivo,

$$x_t = p_t + s_t + u_t . \quad (4)$$

Puesto que el esquema multiplicativo se transforma en aditivo tomando logaritmos, nos centraremos en la descomposición (4). Una vez estimados los componentes, la serie desestacionalizada vendrá dada por

$$\hat{d}_t = x_t - \hat{s}_t = \hat{p}_t + \hat{u}_t$$

En forma muy esquemática, la forma quizás más simple de desestacionalizar es por medio de regresiones con variables ficticias ("dummy variables"). Esto puede ser válido cuando la estacionalidad es fija (determinística), pero en la realidad la estacionalidad de las series evoluciona en el tiempo. Si la estacionalidad es, pues, una variable aleatoria, podemos pensar en estimarla por medio de filtros que capturen, del espectro de la serie, la variación asociada a frecuencias estacionales. Esto condujo a la construcción de filtros "ad hoc" de los cuales el más famoso, sin duda, es X11. Así, X11 es un filtro más o menos fijo, que se aplica indiscriminadamente a cualquier tipo de serie. El éxito de X11 refleja, de algún modo, que la estructura estocástica

de muchas series que se desestacionalizan es similar. Pero, pese a la existencia de regularidades empíricas que puedan justificar su uso, X11 queda sujeto a las críticas a los filtros "ad hoc" que mencionamos antes: en concreto, la falta de especificidad y las dificultades de inferencia. Como ya hemos mencionado, en primer lugar, el filtro adecuado para una serie dependerá de las características de la misma. En segundo lugar, es importante saber si los resultados obtenidos son razonables y, en caso contrario, poder modificar el filtro en la dirección deseada. Por último, puesto que se trata de estimaciones, tiene interés conocer el error de estimación de forma que, por ejemplo, se puedan construir intervalos de confianza alrededor de las diversas estimaciones.

Este último punto adquiere una importancia práctica considerable desde el punto de vista de la política económica y, con frecuencia, se ha pedido, por ejemplo, que las series desestacionalizadas oficiales incluyan los errores estándares de su estimación (ver, por ejemplo, Bach et al., 1976, y Moore et al., 1981, donde se recogen recomendaciones a la Reserve Federal de dos prestigiosos comités de expertos). El interés de esta información adicional es obvio. Si por ejemplo, el objetivo para el crecimiento mensual de un agregado (desestacionalizado) es del 10% y se registra una medición del 13% ¿significa esto que el crecimiento es excesivo? ¿Puede explicarse la diferencia como un posible error de estimación? De forma similar, si el paro disminuye en un trimestre en 25.000 personas y el componente estacional estimado es (una disminución de) 18.000 ¿Son las dos cifras significativamente diferentes? ¿Puede concluirse que el paro está disminuyendo?

Para contestar a estas preguntas se necesita un marco estadístico adecuado. Un método de desestacionalización desarrollado en los últimos años, que aplica la técnica de extracción de señales a modelos ARIMA, ofrece un marco de este tipo. Pasamos, pues a describirlo brevemente.

6. La desestacionalización como extracción de señal en modelos ARIMA

Para aplicar la metodología estadística de extracción de señales partiremos de modelos para la serie observada y para los distintos componentes que la forman. Los modelos que consideraremos son los llamados modelos ARIMA ("Autoregressive Integrated Moving Average"), descritos y analizados en Box y Jenkins (1970). Su expresión general puede escribirse en forma compacta como

$$\phi(B) x_t = \theta(B) a_t , \quad (5)$$

donde x_t es la serie, a_t es ruido blanco con varianza V_a , y $\phi(B)$ y $\theta(B)$ son polinomios finitos en B . El polinomio $\phi(B)$ incluirá raíces unitarias cuando se trate de una serie no estacionaria. Los modelos ARIMA se explican en el capítulo de modelos univariantes en este mismo volumen, de manera que no nos detendremos en ellos. Son modelos que han tenido un gran éxito en la predicción de series temporales, y es fácil ver como esta predicción entronca de forma natural con los componentes de la serie a los que nos hemos referido en las secciones anteriores. Después de unas condiciones iniciales, la función de predicción implicada por (5) es la solución de la ecuación en diferencias finitas

$$\phi(B) \hat{x}_t(j) = 0 ,$$

donde $\hat{x}_t(j)$ es la predicción de x hecha en t para j períodos por delante, y donde el operador B actúa sobre j . Así, la función de predicción $\hat{x}_t(j)$ -como función de j - es la suma de polinomios en j y movimientos sinusoidales, que se corresponden con las raíces del polinomio $\emptyset(B)$. Supongamos, por ejemplo, que, como sucede con frecuencia en series mensuales que presentan tendencia y estacionalidad, el polinomio autoregresivo es

$$\emptyset(B) = (1-B)(1-B^{12}) .$$

Las raíces de $\emptyset(B)=0$ son $B=1$ más las 12 raíces del círculo unitario. Estas últimas son: $B=1$ otra vez, cinco pares de raíces complejas conjugadas asociadas con las frecuencias estacionales de 1, 2, 3, 4 y 5 veces al año, y la raíz $B=-1$, asociada con la frecuencia estacional de 6 veces al año. La función de predicción será, por tanto,

$$\hat{x}_t(j) = a_1^{(t)} + a_2^{(t)}j + \sum_{k=1}^6 b_k^{(t)} \left(\cos \frac{2\pi k}{12} j + c_k^{(t)} \right) ,$$

la suma, pues, de una tendencia lineal del tipo $a_1 + a_2 j$, donde los parámetros varían suavemente con el tiempo, y de un componente estacional del tipo

$$\sum b(\cos \omega j + c),$$

(compárese con la ecuación (2)), donde los parámetros evolucionan también en el tiempo.

Los componentes de la serie están, como hemos visto, incorporados a la estructura del modelo ARIMA. El problema de, dado un modelo ARIMA, descomponerlo de

acuerdo con la ecuación (4), donde la tendencia, la estacionalidad y el componente irregular son independientes, fue originalmente abordado por Cleveland y Tiao (1976) y Box, Hillmer y Tiao (1978). Estos trabajos iniciaron una metodología de desestacionalización por medio de modelos, que permitía superar en principio los inconvenientes de los métodos "ad hoc" mencionados en la sección 4. Las referencias más importantes son Hillmer y Tiao (1982) y Burman (1980); referencias más recientes son Bell y Hillmer (1984) y Maravall y Pierce (1986).

En forma muy esquemática, la manera de proceder es la siguiente: se calcula primero el espectro del modelo ARIMA para la serie observada, y se descompone este como la suma de tres espectros. Uno de estos espectros recoge el pico alrededor de la frecuencia cero (asociada a la tendencia), otro recoge los picos para frecuencias estacionales, y el tercero es simplemente una constante. (ya que el componente irregular se supone ruido blanco).

El algoritmo que descompone el espectro total en la suma de los espectros de los tres componentes se basa en la expansión de una función racional, cociente de dos funciones armónicas, en fracciones simples, cada una de las cuales es también el cociente de funciones armónicas. El algoritmo fue desarrollado por Burman (1980) y no nos detendremos en él (para una explicación sencilla, ver Maravall y Pierce, 1986). Sí interesa destacar que el espectro total se puede descomponer de infinitas maneras. Fijándonos en la Figura 4, se observa inmediatamente que, por ejemplo, es posible rebajar la ordenada del espectro del irregular, y añadir lo que se le quite a este a cualquiera de los otros componentes. Esto produciría otra descomposición admisible. En ausencia de información a

priori adicional sobre los valores de los parámetros, es razonable escoger, de entre todas las descomposiciones admisibles, aquella que maximiza la varianza del ruido. Esta es la llamada descomposición canónica, y es posible ver (Hillmer y Tiao, 1982) que cualquier descomposición admisible se puede obtener a partir de la canónica simplemente quitándole algo de ruido al irregular y añadiéndoselo a los otros componentes. La descomposición canónica ofrece, pues, la tendencia y la serie desestacionalizada más estables compatibles con la estructura estocástica de la serie.

Una vez obtenidos los espectros de los componentes, deshaciendo la transformación de Fourier y factorizando la función de autocovarianzas obtenida, es posible obtener el modelo ARIMA que debe seguir cada componente. Para el ejemplo que estamos utilizando, la serie mensual del IPC el modelo agregado utilizado es del tipo

$$\nabla \nabla_{12} x_t = \Theta(B) a_t + \mu \quad (6)$$

donde x es el logaritmo de la serie, μ una constante, y $\Theta(B)$ un polinomio en B de orden 13. Los espectros de los componentes que resultan de la descomposición de Burman conducen a modelos para los componentes del tipo

$$\nabla^2 p_t = \alpha(B) b_t + \mu' \quad (7.a)$$

$$U s_t = \beta(B) c_t \quad (7.b)$$

donde $U = 1+B+\dots+B^{11}$ es el operador que suma 12 valores seguidos, $\alpha(B)$ y $\beta(B)$ son polinomios de orden 2 y 11, respectivamente, y $\mu' = 12 \mu$.

La interpretación de los modelos (7.a y b) para los componentes es relativamente intuitiva. Consideremos primero el componente estacional. Si la estacionalidad es fija, deberá de cumplirse que la suma de 12 valores consecutivos de s_t ha de ser cero, es decir

$$\sum s_t = 0 \quad (8)$$

Supongamos ahora que la estacionalidad es móvil y va, por tanto, evolucionando en el tiempo. Obviamente, ya no se cumplirá exactamente (8), sino que la suma de 12 valores consecutivos de s_t será, en general, una variable aleatoria, de media cero y varianza finita (tanto más pequeña cuanto más estable sea el componente). La forma más fácil de modelizar esa variable aleatoria será suponerla ruido blanco (ver, por ejemplo, Harvey y Todd, 1983). Alternativamente, se puede suponer que esa variable aleatoria contiene cierta inercia, es decir, presenta cierta correlación, tal como sucede en (7.b).

En cuanto a la tendencia, el modelo IMA (2,2) de (7.a) puede interpretarse de forma parecida: si la tendencia fuese una tendencia cuadrática determinista del tipo

$$p_t = \mu_0 + \mu_1 t + \mu_2 t^2$$

se cumpliría que $\nabla^2 p_t = \mu$ (donde $\mu = 2\mu_2$). Pero si la tendencia lineal evoluciona en el tiempo (es "localmente" cuadrática), entonces $\nabla^2 p_t$ no será exactamente μ , sino una variable aleatoria de media μ y varianza finita. Así se obtiene una especificación similar a (7.a) y viene a ser equivalente a permitir que los parámetros μ_0 y μ_1 varíen suavemente en el tiempo.

Disponiendo de los modelos para la serie agregada y para los componentes, podemos entonces definir el problema que nos interesa de forma más rigurosa. El modelo completo viene dado por las ecuaciones (4), (6) y (7) junto con el supuesto de que b_t , c_t y u_t son ruidos blancos, mutuamente ortogonales. Se trata de estimar p_t , s_t y u_t , dada la serie observada $[x_t]$.

Centrémonos, como ejemplo, en el componente estacional s_t . Lo estimaremos por medio de su esperanza condicional, dada la serie temporal $[x_t]$. El estimador de s_t será pues

$$\hat{s}_t = E(s_t | [x_t]) , \quad (9)$$

y, en el mundo gaussiano de nuestro modelo, este estimador será, dentro de los filtros lineales, el que minimiza el error cuadrático medio (ECM) de estimación.

El problema de obtener \hat{s}_t cuando la serie x_t es estacionaria fue resuelto por Wiener y Kolmogorov (ver Whittle, 1963). Más recientemente el filtro de Wiener-Kolmogorov (WK) se ha extendido para series no-estacionarias (ver, por ejemplo, Cleveland y Tiao, 1976, Bell, 1984, y Maravall, 1988). Puesto que la gran mayoría de las series económicas son no-estacionarias, esta extensión supuso un paso adelante importante en la aplicación de la extracción de señales a series económicas

El estimador óptimo (9) resulta ser un filtro del tipo:

$$\begin{aligned} \hat{s}_t &= v_0 x_t + \sum v_j (x_{t-j} + x_{t+j}) \\ &= v(B) x_t , \end{aligned} \quad (10)$$

donde Σ se extiende de 1 a ∞ . Para el ejemplo que estamos considerando (serie IPC), $v(B)$ viene finalmente dado por

$$v(B) = v_c \frac{\beta(B) (1-B)^2 \beta(F) (1-F)^2}{\theta(B) \theta(F)} \quad (11)$$

donde $F = B^{-1}$. Se obtiene un filtro centrado en t , simétrico, y convergente siempre que el polinomio $\theta(B)$ converja. La estructura del filtro implica que conocer la señal del presente (o de períodos recientes) requiere conocer el futuro. Esto es intuitivamente razonable: para entender mejor un suceso, es importante conocer los sucesos que lo precedieron, pero es importante también saber cuales fueron las consecuencias que produjo. De hecho, lo que el filtro indica (ver, por ejemplo, (11)), es que la información contenida en el pasado y la contenida en el futuro son simétricas. (Incidentalmente, tiene interés señalar que, bajo un criterio mínimo-cuadrático, el problema del diseño del filtro óptimo está ya implícitamente resuelto en la solución de Wiener-Kolmogorov).

Que el estimador óptimo de la señal en el momento t dependa de observaciones posteriores a t (dependencia que tiende a cero al aumentar la distancia) implica que, para conocer la señal del presente o del pasado relativamente reciente, es preciso disponer de observaciones futuras, hoy desconocidas. Es fácil ver (Cleveland y Tiao, 1976), que el estimador óptimo preliminar puede obtenerse, en ese caso, sustituyendo las observaciones futuras hoy desconocidas por sus predicciones. A medida que el tiempo pase estas predicciones se irán actualizando y, finalmente, serán

sustituidas por las observaciones. El estimador se irá pues revisando hasta llegar al estimador óptimo final. La diferencia entre el estimador final y el preliminar es el llamado error de revisión. Es de especial interés el error de revisión de la estimación de la señal en el período t cuando las observaciones llegan hasta t . Este es el error de revisión del estimador contemporáneo, que nos mide la señal en el presente. Nótese que hay una continuidad analítica entre estimación de una señal del pasado, del presente y del futuro. el filtro a aplicar sería siempre el mismo, lo que variaría sería la partición de la serie entre observaciones disponibles y predicciones.

Aún suponiendo que el modelo ARIMA para la serie observada se conoce exactamente, el error de revisión no es el único error de estimación. De (4), (5) y (10) es inmediato ver que la diferencia

$$e_t = s_t - \hat{s}_t$$

puede escribirse como la suma de medias móviles independientes entre sí. La varianza de e será, pues, mayor que cero, por mucho que aumente el tamaño de la serie.

El marco de inferencia que proporciona el modelo (ecuaciones (4), (6), (7) y (12) y el supuesto de ortogonalidad de componentes) permite derivar expresiones analíticas para el error en el estimador final y los distintos errores de revisión, así como obtener los valores numéricos de sus funciones de autocovarianza.

7. Una aplicación: El Índice de Precios al Consumo

En esta sección no pretendo realizar un ejercicio complicado de modelización de una serie temporal, sino de ilustrar, con una aplicación sencilla, la técnica de extracción de señales que hemos descrito. Utilizaré como ejemplo una serie que hoy juega un papel importante en el análisis de la coyuntura económica española: la serie mensual del Índice de Precios al Consumo. (Un estudio similar, más completo, aplicado a la serie de Activos Líquidos en Manos del Público se encuentra en Maravall, 1987; una aplicación a las series del comercio exterior en Maravall, 1986). El ejemplo se basa en la utilización, en su opción de defecto, de un programa de descomposición de series que he desarrollado en el Servicio de Estudios, inspirado en el programa de desestacionalización de Burman.

Analizando la evolución de la estructura dinámica de la serie en el tiempo, se observa, que a partir de 1977-78, esta estructura se estabiliza mucho. La tendencia se ha vuelto algo más estable, la estacionalidad ligeramente más móvil, y aumenta la importancia relativa de la parte predecible de la serie. Tomando como período muestral los 11 años 1978-88, durante el cual la serie se comporta de manera homogénea, un modelo ARIMA sencillo que produce un ajuste excelente es el modelo

$$VV_{12} \log IPC_t = \mu + (1 - \theta B^{12}) a_t \quad (12)$$

donde $V=1-B$ y $V_{12}=1-B^{12}$ representan una diferencia regular y una estacional, respectivamente, μ es una constante y a_t es ruido blanco. La estimación máximo-verosímil de un modelo de las líneas aéreas produce los valores:

$$\hat{\mu} = -.001 \quad ; \quad \hat{\theta}_1 = -.02 \quad ; \quad \hat{\theta}_{12} = .80 \quad ; \quad \hat{\sigma}_a = .004 \quad ,$$

de manera que $\theta_1 \simeq 0$. La media de la serie diferenciada es muy pequeña, pero su estadístico t, corregido por la presencia de autocorrelación, es fuertemente significativo. Se observa que, dado que el modelo se estima para la serie en logaritmos, la varianza residual indica que la serie se predice (un período hacia adelante) con un error aproximado del 4 por mil sobre el nivel de la serie. Los residuos $[a_t]$ del modelo se comportan como ruido blanco (por ejemplo, el estadístico $Q(24)$ es 19.5), y no hay valores atípicos que contradigan las colas de una distribución normal. Se trata, pues, de un modelo muy parsimonioso, que ofrece un buen ajuste.

Si la ecuación (4) representa la descomposición del logaritmo de la serie, los modelos correspondientes a la descomposición canónica vienen dados, para la tendencia, por

$$\sqrt{V^2} p_t = \mu' + (1+B)(1-.98B) b_t \quad , \quad (13)$$

donde $\mu' = .66 \times 10^{-4}$; para la estacionalidad por

$$U s_t = (1 + 1.86 B + 2.22 B^2 + 2.30 B^3 + 2.15 B^4 + 1.87 B^5 + 1.53 B^6 + 1.14 B^7 + 0.79 B^8 + 0.44 B^9 + 0.23 B^{10} - 0.11 B^{11}) c_t \quad ;$$

y, para la serie desestacionalizada, por

$$\sqrt{V^2} x_t^a = \mu' + (1 - .97 B + .01 B^2) d_t \quad (14)$$

Expresadas como fracción de σ_a^2 , las varianzas de las tres innovaciones (b_t , c_t y d_t) y del componente irregular (u_t) son iguales a

$$V_b = .212 \qquad V_u = .197 \qquad (15.a)$$

$$V_c = .013 \qquad V_d = .825 \cdot \qquad (15.b)$$

Los espectros de los componentes son los dados en la Figura 4. La expresión (14) nos indica que la serie desestacionalizada es aproximadamente un paseo aleatorio con una deriva cuadrática que varía muy suavemente en el tiempo. Las varianzas en (15.b) indican que el componente estacional es muy estable y que tiene relativamente poca importancia. Los estimadores de la tendencia, componente estacional e irregular aparecen en las Figura 7 y 8.

[Véase figuras 7 y 8]

A simple vista, es difícil saber si los componentes estimados son razonables o no. El método seguido ofrece, sin embargo, un diagnóstico de resultados fácil de implementar. Partiendo del modelo para la serie agregada (ecuación (12)) y del filtro (11), es posible derivar los modelos teóricos que deben seguir los estimadores y, a partir de estos, calcular las funciones de autocorrelación de sus transformaciones estacionarias. El Cuadro 1 compara las autocorrelaciones de orden 1 y 12 y las varianzas de los estimadores óptimos teóricos y de los estimadores empíricos obtenidos. Se observa que prácticamente todos los valores teóricos están en consonancia con los empíricos; la descomposición realizada de la serie resulta, pues, aceptable.

[Véase cuadro 1]

Como mencionábamos anteriormente, una vez aceptado el modelo, es posible derivar los errores de estimación de los distintos componentes o señales. Así el

Figura 7.

IPC: SERIE, TENDENCIA Y SERIE DESESTACIONALIZADA
(Tasas de crecimiento)

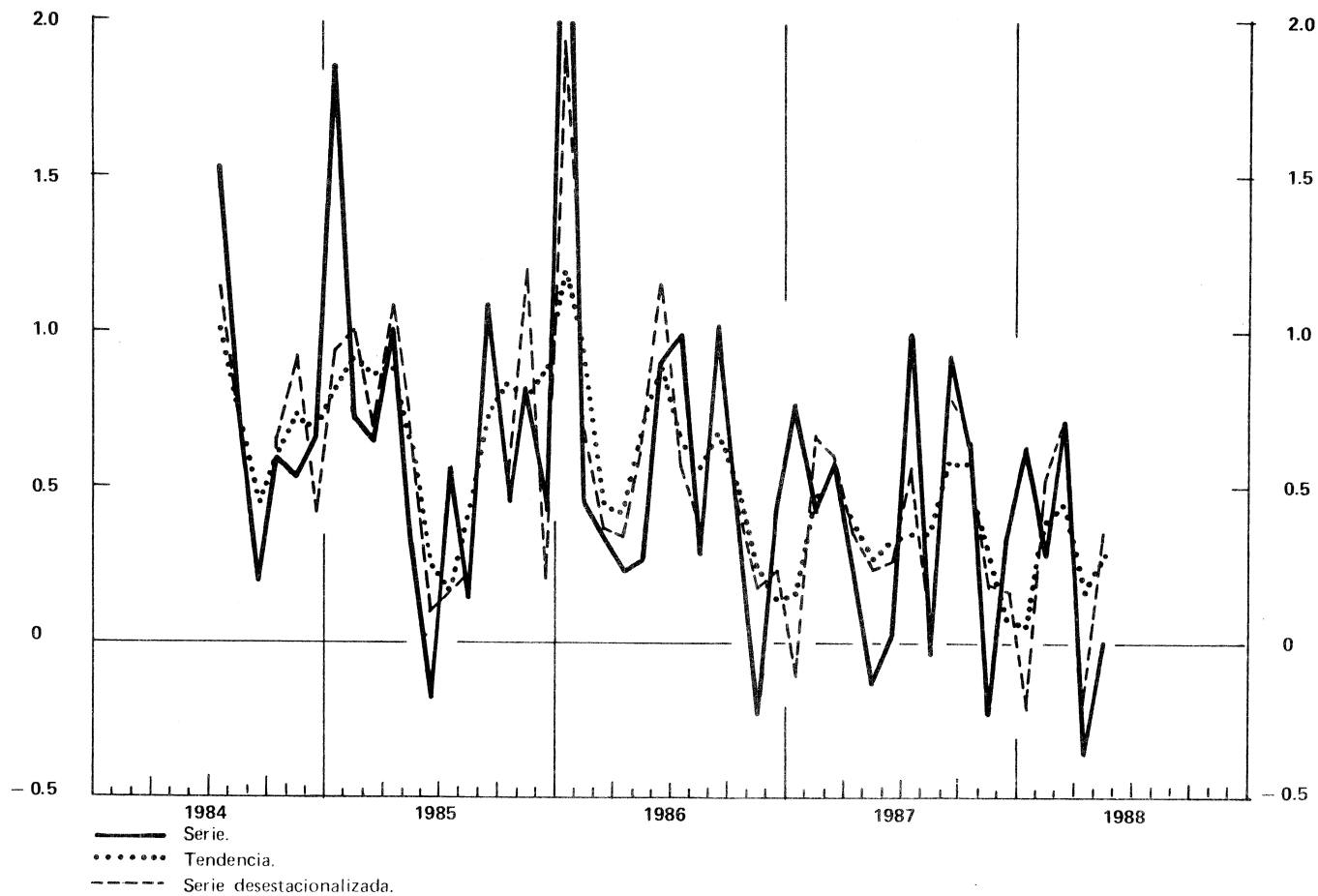
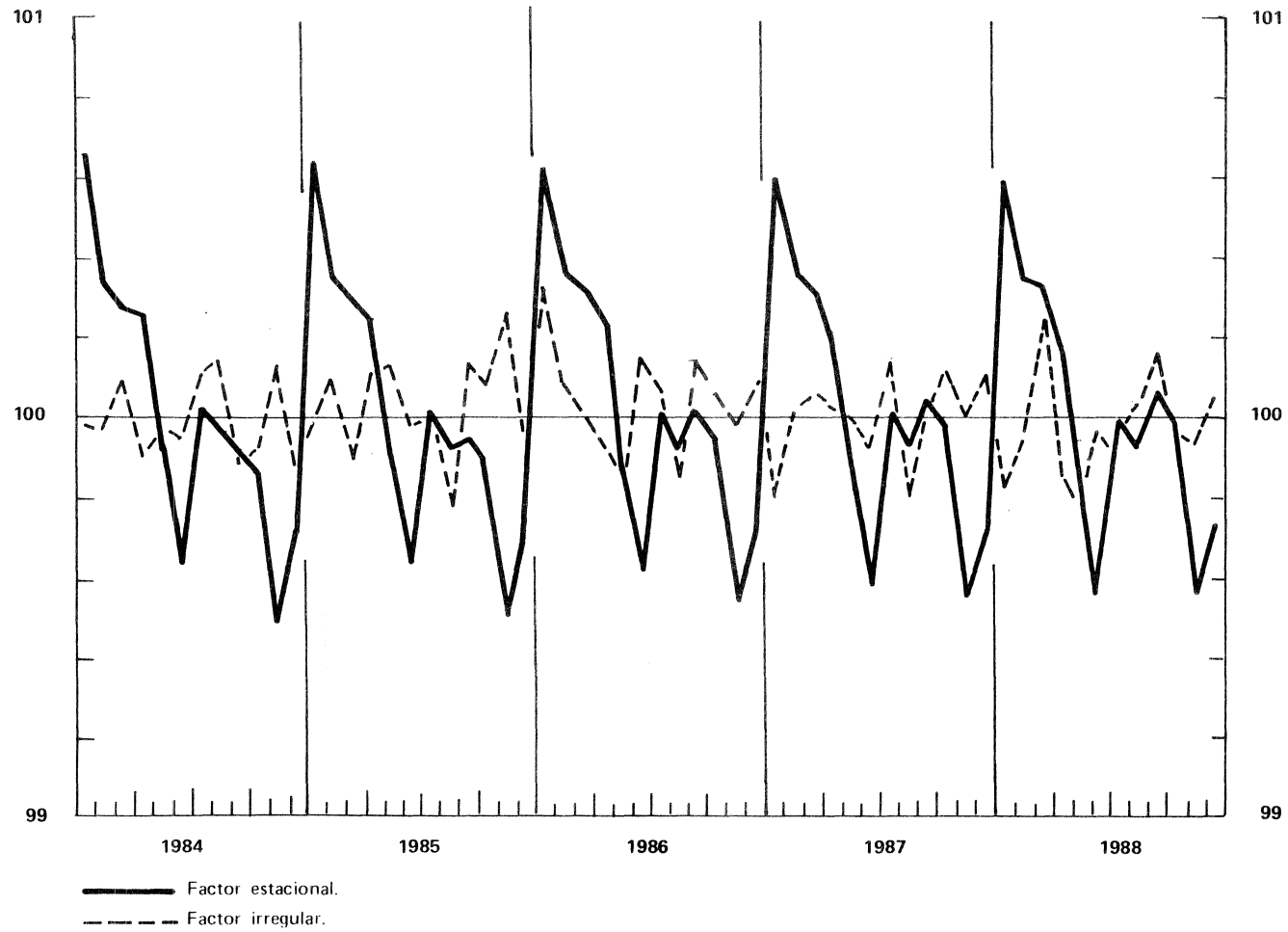


Figura 8.

IPC: FACTORES ESTACIONALES E IRREGULARES



CUADRO 1

COMPARACION DE LOS SEGUNDOS MOMENTOS DE LOS ESTIMADORES
TEORICO Y EMPIRICO
(transformación estacionaria)

Estimador	Tendencia		Serie Desestacionalizada		Componente Estacional		Irregular	
	Teórico	Empírico	Teórico	Empírico	Teórico	Empírico	Teórico	Empírico
Varianza	.19	.19	1.44	1.36	.01	.01	.09	.09
Autocorrelación de primer orden	.24	.31	-.49	-.48	.82	.83	-.51	-.50
Autocorrelación de orden 12	-.10	-.22	-.10	-.12	.81	.73	-.10	-.11

Cuadro 2 presenta las varianzas de los errores de estimación de la tendencia y de la serie desestacionalizada. El error total se refiere al estimador contemporáneo. El Cuadro indica que el error de estimación final y el error de revisión son, aproximadamente, del mismo orden de magnitud. Se observa también que la serie desestacionalizada se estima con mayor precisión que la tendencia, lo cual resulta comprensible, ya que la estacionalidad es estable y de una importancia cuantitativa no muy grande. Por otra parte, es posible ver que los filtros que estiman ambas señales tardan bastante tiempo en converger. Así, en cinco años, se completa el 80% y el 70%, respectivamente, de la revisión en la tendencia y en la serie desestacionalizada.

[Véase cuadro 2]

La predicción ARIMA para diciembre hecha en el mes de noviembre indicaba que el IPC iba a crecer .63%. La observación de diciembre supuso de hecho un crecimiento del .78%. El error de predicción, inferior al error standard σ_a , indicaba que el dato de diciembre estaba en consonancia con la predicción que se había realizado.

Descomponiendo ese crecimiento del .78%, se obtiene un efecto estacional negativo del orden de .26% del nivel de la serie (en noviembre este era también negativo y considerablemente mayor), un componente irregular positivo pequeño, de similar magnitud y signo contrario al de noviembre, equivalente a un 5 por 10.000 del nivel de la serie, con lo que resulta un crecimiento del .61% para la serie desestacionalizada (ES=.16) y del .5% para la tendencia (ES=.19). (Los números en paréntesis son los errores estandar de las diversas estimaciones).

CUADRO 2

VARIANZAS DE LOS ERRORES DE ESTIMACION (*)

Tipo de error	Tendencia	Serie Desestacionalizada
Total	.30	.18
Revisión	.14	.09
Final	.16	.09

(*) Como proporción de la varianza de las innovaciones de la serie.

El crecimiento de un mes aislado es un dato poco informativo de la evolución que está siguiendo la serie en ese momento. La medida más adecuada del crecimiento instantáneo en términos anualizados es posiblemente la tasa $T(1,12)$ centrada, es decir la obtenida prediciendo seis meses hacia delante y comparando esa predicción con el valor de hace seis meses. Resulta así, que el dato de diciembre suponía que la serie estaba creciendo a un ritmo anual del 5.01% (ES: 1.11), la tendencia a un ritmo anual del 5.38% (ES: 1.03), y la serie desestacionalizada a un ritmo anual del 5.45% (ES: 1.01).

Para enero 1989 el modelo predice un crecimiento del 1.28%, que se descompone en un crecimiento del .48% para la tendencia (ES: .20) y una predicción de un efecto estacional positivo fuerte, equivalente al .58% del nivel de la serie (ES: .19%). Después de finalizada la primera versión de este trabajo, se ha conocido el IPC de enero, que ha significado un aumento del 1%. De nuevo, la observación es perfectamente compatible con la predicción, ya que el error implícito en esta última es inferior al valor de σ_a . Descomponiendo el crecimiento de enero, resulta un crecimiento de la tendencia algo inferior al predicho, un efecto estacional parecido al predicho, y un componente irregular negativo, de una magnitud similar a los de los dos meses anteriores.

Por último, el modelo estimado hasta diciembre 1988 predecía un aumento anual del IPC para 1989 (diciembre sobre diciembre), de, aproximadamente, un 5% (ES: 1.5), que permanece prácticamente inalterado al añadir el dato de enero. Para la tendencia el crecimiento predicho es el mismo, con un error estandar asociado también del mismo orden.

Del breve análisis anterior se desprenden dos conclusiones de interés. Primero, que la interpretación del dato mensual del IPC sin más se presta fácilmente a equívocos (ver una discusión más completa en Espasa et al, 1987). En concreto, las observaciones de diciembre 1988 y enero 1989 no justificaban en modo alguno los titulares sensacionalistas en primera página de la prensa diaria. Ambos eran predecibles, consistentes con una inflación anual del orden del 5%, y requieren, para su interpretación correcta, eliminar las variaciones erráticas del componente irregular, que aproximadamente se autocancelan en el año, y, sobre todo, la eliminación de los efectos estacionales. El Cuadro 3 ofrece los factores estacionales para 1989, predichos con la serie terminando en diciembre 1988, junto con los errores estándares asociados.

[Véase cuadro 3]

En segundo lugar, el sencillo modelo univariante (12) no puede pretender más que ser una aproximación burda al proceso del mundo real que genera el IPC. Un modelo ARIMA no puede, claro está anticipar fenómenos políticos y económicos que dependen de variables que no aparecen para nada en el análisis. (Este comentario parece particularmente apropiado en los momentos actuales). Pero al menos, y esto es importante, el análisis al que se presta el modelo nos permite conocer y cuantificar los errores implícitos en esa aproximación. Que estos errores se plasmen en una incertidumbre relativamente grande en lo que concierne a la predicción de la serie y de sus componentes significa, fundamentalmente, que las inferencias deben hacerse con cautela, y, procediendo así, los resultados que se obtienen parecen sensatos. En

CUADRO 3

FACTORES ESTACIONALES PARA 1989
(predicciones en diciembre 1988)

Mes	Factor	Error Estandar
Enero	100.58	.19
Febrero	100.34	.19
Marzo	100.32	.20
Abril	100.17	.20
Mayo	99.79	.20
Junio	99.56	.20
Julio	99.99	.20
Agosto	99.93	.20
Septiembre	100.06	.20
Octubre	99.98	.20
Noviembre	99.55	.20
Diciembre	99.73	.21

particular, se desprende que la evolución subyacente de la serie del IPC se sigue mucho mejor con la serie desestacionalizada y, mejor aún, con la tendencia. (De hecho las mediciones de los crecimientos anualizados tienen menor error cuando se utilizan estos dos componentes que cuando se utiliza la serie original). Concluyendo, pues, entender qué indica la evolución del IPC mensual requiere un tratamiento algo más complejo de la serie, eliminando irregularidades y estacionalidad, sin lo cual la interpretación del dato mensual podrá estar fuertemente distorsionada. Al mismo tiempo, la medición de la señal que representa la evolución relevante (o subyacente) de la serie deberá tener en cuenta la precisión con que la señal se estima.

Referencias

- Bach, G.L., Cagan, P.D., Friedman, M., Hildreth, C.G., Modigliani, F. y Okun, A. (1976), Improving the Monetary Aggregates: Report of the Advisory Committee on Monetary Statistics, Washington, D.C.: Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Bell, W.R. (1984), "Signal Extraction for Nonstationary Time Series", The Annals of Statistics, 12, 2, 646-664.
- Bell, W.R. y Hillmer, S.C. (1984), "Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Journal of Business and Economic Statistics, 2, 4, 291-320.
- Box, G.E.P., Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1978), "Analysis and Modeling of Seasonal Time Series", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce - Bureau of the Census, 309-334.
- Box, G.E.P., y Jenkins, G.M. (1970), Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco.
- Burman, J.P. (1980), "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", Journal of the Royal Statistical Society, A. 143, 321-337.
- Cleveland, W.P. y Tiao, G.C. (1976), "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the X-11 Program", Journal of the American Statistical Association, 71, 581-587.

- Espasa, A.; Manzano, M.C.; Matea, M.LL. y Catasús, U.
(1987). "La Inflación Subyacente en la Economía Española: Estimación y Metodología", Boletín Económico, Marzo 1987, Madrid: Banco de España.
- Espasa, A.; Manzano, M.C.; Matea, M.LL. y Catasús, U.
(1987). "La Inflación Subyacente en la Economía Española: Estimación y Metodología", Boletín Económico, Marzo 1987, Madrid: Banco de España.
- Federal Reserve Board of Governors (1915), First Annual Report, Washington D.C.
- Harvey, A.C. y Todd, P.H.J. (1983). "Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models: A Case Study", Journal of Business and Economic Statistics, 1, 4, 299-306.
- Hillmer, S.C. y G.C. Tiao (1982), "An ARIMA-Model Based Approach to Seasonal Adjustment", Journal of the American Statistical Association, 77, 63-70.
- Maravall, A. (1988), "A Note on Minimum Mean Squared Error Estimation of Signals with Units Roots", Journal of Economic Dynamics and Control, 12, 589-593.
- Maravall, A. (1987), "Descomposición de Series Temporales: Especificación, Estimación e Inferencia", Estadística Española, 114, 11-69. Una versión inglesa se encuentra en Dynamic Econometric Modelling, eds. W. Barnett, E. Berndt y H. White, Cambridge University Press.
- Maravall, A. (1986), "An Application of Model-Based Estimation of Unobserved Components", International Journal of Forecasting, 2, 305-318.

- Maravall, A. y Pierce, D.A. (1987), "A Prototypical Seasonal Adjustment Model", Journal of Time Series Analysis, 8, 177-193.
- Maravall, A. y Pierce, D.A. (1986) "The Transmission of Data Noise into Policy Noise in U.S. Monetary Control" Econometrica, 54, 961-979.
- Moore, G.H., Box, G.E.P., Kaitz, H.B., Stephenson, J.A. y Zellner, A. (1981), Seasonal Adjustment of the Monetary Aggregates: Report of the Committee of Experts on Seasonal Adjustment Techniques, Washington, D.C.: Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Nerlove, M., Grether, D.M. y Carvalho, J.L. (1979), Analysis of Economic Time Series: A Synthesis, New York: Academic Press.
- Pierce, D.A.; Parke, D.W.; Cleveland, W.P. y A. Maravall (1981), "Uncertainty in the Monetary Aggregates: Sources, Measurement and Policy Effects", Journal of Finance, 36, 507-515.
- Whittle, P. (1963), Prediction and Regulation by Linear Least-Square Methods, London: English Universities Press.



DOCUMENTOS DE TRABAJO (1):

- 8501 **Agustín Maravall:** Predicción con modelos de series temporales.
- 8502 **Agustín Maravall:** On structural time series models and the characterization of components.
- 8503 **Ignacio Mauleón:** Predicción multivariante de los tipos interbancarios.
- 8504 **José Viñals:** El déficit público y sus efectos macroeconómicos: algunas reconsideraciones.
- 8505 **José Luis Malo de Molina y Eloísa Ortega:** Estructuras de ponderación y de precios relativos entre los deflatores de la Contabilidad Nacional.
- 8506 **José Viñals:** Gasto público, estructura impositiva y actividad macroeconómica en una economía abierta.
- 8507 **Ignacio Mauleón:** Una función de exportaciones para la economía española.
- 8508 **J. J. Dolado, J. L. Malo de Molina y A. Zabalza:** Spanish industrial unemployment: some explanatory factors (*versión inglés*). El desempleo en el sector industrial español: algunos factores explicativos (*versión español*).
- 8509 **Ignacio Mauleón:** Stability testing in regression models.
- 8510 **Ascensión Molina y Ricardo Sanz:** Un indicador mensual del consumo de energía eléctrica para usos industriales, 1976-1984.
- 8511 **J. J. Dolado y J. L. Malo de Molina:** An expectational model of labour demand in Spanish industry.
- 8512 **J. Albarracín y A. Yago:** Agregación de la Encuesta Industrial en los 15 sectores de la Contabilidad Nacional de 1970.
- 8513 **Juan J. Dolado, José Luis Malo de Molina y Eloísa Ortega:** Respuestas en el deflador del valor añadido en la industria ante variaciones en los costes laborales unitarios.
- 8514 **Ricardo Sanz:** Trimestralización del PIB por ramas de actividad, 1964-1984.
- 8515 **Ignacio Mauleón:** La inversión en bienes de equipo: determinantes y estabilidad.
- 8516 **A. Espasa y R. Galián:** Parsimony and omitted factors: The airline model and the census X-11 assumptions (*versión inglés*). Parquedad en la parametrización y omisiones de factores: el modelo de las líneas aéreas y las hipótesis del census X-11 (*versión español*).
- 8517 **Ignacio Mauleón:** A stability test for simultaneous equation models.
- 8518 **José Viñals:** ¿Aumenta la apertura financiera exterior las fluctuaciones del tipo de cambio? (*versión español*). Does financial openness increase exchange rate fluctuations? (*versión inglés*).
- 8519 **José Viñals:** Deuda exterior y objetivos de balanza de pagos en España: Un análisis de largo plazo.
- 8520 **José Marín Arcas:** Algunos índices de progresividad de la imposición estatal sobre la renta en España y otros países de la OCDE.
- 8601 **Agustín Maravall:** Revisions in ARIMA signal extraction.
- 8602 **Agustín Maravall y David A. Pierce:** A prototypical seasonal adjustment model.
- 8603 **Agustín Maravall:** On minimum mean squared error estimation of the noise in unobserved component models.
- 8604 **Ignacio Mauleón:** Testing the rational expectations model.
- 8605 **Ricardo Sanz:** Efectos de variaciones en los precios energéticos sobre los precios sectoriales y de la demanda final de nuestra economía.
- 8606 **F. Martín Bourgón:** Índices anuales de valor unitario de las exportaciones: 1972-1980.
- 8607 **José Viñals:** La política fiscal y la restricción exterior. (Publicada una edición en inglés con el mismo número).
- 8608 **José Viñals y John Cuddington:** Fiscal policy and the current account: what do capital controls do?
- 8609 **Gonzalo Gil:** Política agrícola de la Comunidad Económica Europea y montantes compensatorios monetarios.
- 8610 **José Viñals:** ¿Hacia una menor flexibilidad de los tipos de cambio en el sistema monetario internacional?
- 8701 **Agustín Maravall:** The use of ARIMA models in unobserved components estimation: an application to spanish monetary control.

- 8702 **Agustín Maravall:** Descomposición de series temporales: especificación, estimación e inferencia (Con una aplicación a la oferta monetaria en España).
- 8703 **José Viñals y Lorenzo Domingo:** La peseta y el sistema monetario europeo: un modelo de tipo de cambio peseta-marco.
- 8704 **Gonzalo Gil:** The functions of the Bank of Spain.
- 8705 **Agustín Maravall:** Descomposición de series temporales, con una aplicación a la oferta monetaria en España: Comentarios y contestación.
- 8706 **P. L'Hotellerie y J. Viñals:** Tendencias del comercio exterior español. Apéndice estadístico.
- 8707 **Anindya Banerjee y Juan Dolado:** Tests of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis in the Presence of Random Walks: Asymptotic Theory and Small-Sample Interpretations.
- 8708 **Juan J. Dolado y Tim Jenkinson:** Cointegration: A survey of recent developments.
- 8709 **Ignacio Mauleón:** La demanda de dinero reconsiderada.
- 8801 **Agustín Maravall:** Two papers on arima signal extraction.
- 8802 **Juan José Camio y José Rodríguez de Pablo:** El consumo de alimentos no elaborados en España: Análisis de la información de Mercasa.
- 8803 **Agustín Maravall y Daniel Peña:** Missing observations in time series and the «dual» autocorrelation function.
- 8804 **José Viñals:** El Sistema Monetario Europeo. España y la política macroeconómica. (Publicada una edición en inglés con el mismo número).
- 8805 **Antoni Espasa:** Métodos cuantitativos y análisis de la coyuntura económica.
- 8806 **Antoni Espasa:** El perfil de crecimiento de un fenómeno económico.
- 8807 **Pablo Martín Aceña:** Una estimación de los principales agregados monetarios en España: 1940-1962.
- 8808 **Rafael Repullo:** Los efectos económicos de los coeficientes bancarios: un análisis teórico.
- 8901 **M.^a de los Llanos Matea Rosa:** Funciones de transferencia simultáneas del índice de precios al consumo de bienes elaborados no energéticos.
- 8902 **Juan J. Dolado:** Cointegración: una panorámica.
- 8903 **Agustín Maravall:** La extracción de señales y el análisis de coyuntura.

(1) Los Documentos de Trabajo anteriores a 1985 figuran en el catálogo de publicaciones del Banco de España.

Información: Banco de España
Sección de Publicaciones. Negociado de Distribución y Gestión
Teléfono: 446 90 55, ext. 2180
Alcalá, 50. 28014 Madrid